Nome: ______________________________ Nº: __________

Endereço: ______________________________ Data: __________

Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2015

Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

QUESTÃO 16

(OBM) – Ana começou a descer uma escada no mesmo instante em que Beatriz começou a subi-la. Ana tinha descido $\frac{3}{4}$ da escada quando cruzou com Beatriz. No momento em que Ana terminar de descer, que fração da escada Beatriz ainda terá de subir?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{2}{3}$

RESOLUÇÃO

Quando Ana andar $\frac{3}{4}$ da escada, Beatriz terá andado $\frac{1}{4}$ dela. Isso significa que Ana é 3 vezes mais rápida para descer do que Betriz para subir. Quando Ana andar mais $\frac{1}{4}$ da escada e terminar a descida, Beatriz terá andado mais um terço desse um quarto. Assim:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Desta forma, Beatriz subiu, ao todo, $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$ da escada, e ainda terá de subir $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ dela.

Resposta: E

QUESTÃO 17

(OBM) – Seis amigos planejam viajar e decidem fazê-lo em duplas, cada uma utilizando um meio de transporte diferente, entre os seguintes: avião, trem e carro. Alexandre acompanha Bento. André viaja de avião. Carlos não acompanha Dário nem faz uso de avião. Tomás não anda de trem. Qual das afirmações a seguir é correta?

a) Bento vai de carro e Carlos de avião.
b) Dário vai de trem e André vai de carro.
c) Tomás vai de trem e Bento vai de avião.
d) Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.
e) André vai de trem e Alexandre vai de carro.

RESOLUÇÃO

Carlos não acompanha Dário nem André, pois este viaja de avião e Carlos não.
Carlos também não acompanha Alexandre nem Bento, pois estes viajam juntos. Desta forma, Carlos só pode acompanhar Tomás, e as duplas, com os seus respectivos meios de transporte, são:
Alexandre e Bento, que viajam de trem.
Carlos e Tomás, que viajam de carro.
André e Dário, que viajam de avião.
Assim, a frase correta é "Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro"
Resposta: D

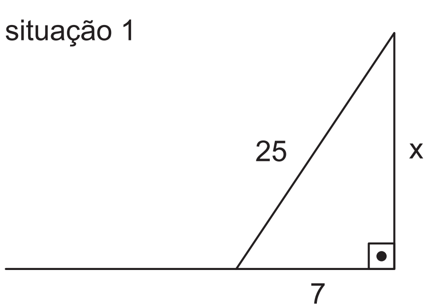
QUESTÃO 18

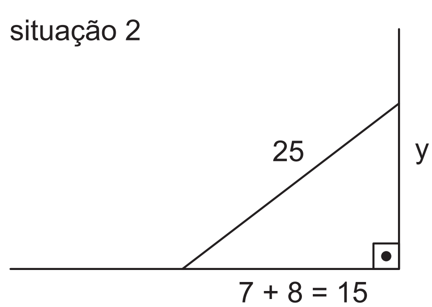
Uma escada de 2,5 m de comprimento se apoia num muro vertical do qual seu pé, apoiado no chão horizontal, dista 70 cm. Se o pé da escada for afastado mais 8 dm do muro, qual o deslocamento verificado na extremidade superior da escada?

a) 1m
b) 0,4 m
c) 40 dm
d) 5 dm
e) 0,2 m

RESOLUÇÃO

Como 2,5 m = 25 dm e 70 cm = 7 dm, temos:





SITUAÇÃO 1

Aplicando Pitágoras, temos:

$25^2 = x^2 + 7^2$

$x^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow x = \sqrt{576} = 24$, **pois** $x > 0$

SITUAÇÃO 2

$25^2 = y^2 + 15^2$

$y^2 = 625 - 225 = 400 \Rightarrow y = \sqrt{400} = 20$, **pois** $y > 0$

O deslocamento da extremidade superior foi de $x - y = (24 - 20)$ **dm = 4 dm = 0,4 m**

Resposta: B

QUESTÃO 19

Os lados de um triângulo medem $\sqrt{3}$, $2\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$. A medida da altura, relativa ao maior lado, é igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{30}}{4}$

c) $\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

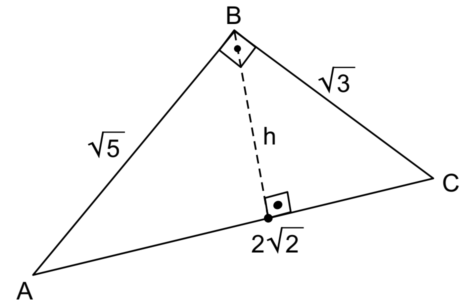
d) $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

e) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

RESOLUÇÃO

Observando que:

$(\sqrt{3})^2 = 3$; $(2\sqrt{2})^2 = 8$ e $(\sqrt{5})^2 = 5$ **e que** $3 + 5 = 8$, **concluímos que o triângulo é retângulo de hipotenusa** $2\sqrt{2}$. **A altura relativa ao maior lado é aquela relativa à hipotenusa.**



Se h for sua medida e S a área do triângulo ABC, então:

$$S = \frac{h \cdot 2\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow h \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{30}}{4}$$

Resposta: B

QUESTÃO 20

Resolvendo a equação $\sqrt[5]{2 - \sqrt[3]{2x - 1}} = 1$, sendo U = ℝ, podemos afirmar que o valor de x é representado por

a) um número negativo.
b) um número par.
c) um número ímpar.
d) um número par e primo ao mesmo tempo.
e) um número ímpar e primo ao mesmo tempo.

RESOLUÇÃO

$$\left(\sqrt[5]{2 - \sqrt[3]{2x - 1}}\right)^5 = 1^5 \Rightarrow 2 - \sqrt[3]{2x - 1} = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{2x - 1} = 1 \Rightarrow \left(\sqrt[3]{2x - 1}\right)^3 = 1^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1$$

Verificação:

$\sqrt[5]{2 - \sqrt[3]{2 \,.\, 1 - 1}} = 1 \Rightarrow \sqrt[5]{2 - 1} = 1 \Rightarrow \sqrt[5]{1} = 1 \Rightarrow 1 = 1$, **que é verdadeiro, logo S = {1} e 1 é ímpar não primo.**

Resposta: C

QUESTÃO 21

Manuel, Antônio e Joaquim começam a pintar, no mesmo instante, três muros iguais de 60 metros de comprimento, um muro para cada um. Nos 10 primeiros minutos de trabalho, Manuel pinta 2 metros, Antônio 3 metros e Joaquim 5 metros.
Quem termina a sua parte, imediatamente, passa a ajudar os outros, até que os três juntos terminem todo o trabalho. Quanto tempo levou para o trabalho ser feito?

a) 3 horas
b) 4 horas
c) 5 horas
d) 6 horas
e) 7 horas

RESOLUÇÃO

Os três em conjunto pintam 2 + 3 + 5 = 10 metros em 10 minutos.
Se cada um pinta um muro de 60 metros de comprimento, então os 3 juntos pintam 180 metros de muro.
Se em 10 minutos ele pintam 10 metros, eles vão precisar de 18 . 10 = 180 minutos para pintar os 180 metros correspondentes aos três muros e 180 minutos correspondem a 3 horas.
Resposta: A

QUESTÃO 22

(OBM) – Carlos e seus dois amigos, Danilo e Edson, foram ao cinema. Carlos pagou a entrada de todos, Danilo pagou a pipoca e o suco para todos e Edson pagou o estacionamento do carro. Para acertar as contas de forma que cada um tenha pagado a mesma quantia, Danilo e Edson pagaram R$ 8,00 e R$ 14,00, respectivamente, para Carlos, pois a despesa total de cada um foi de R$ 32,00. Qual era o preço da entrada do cinema?

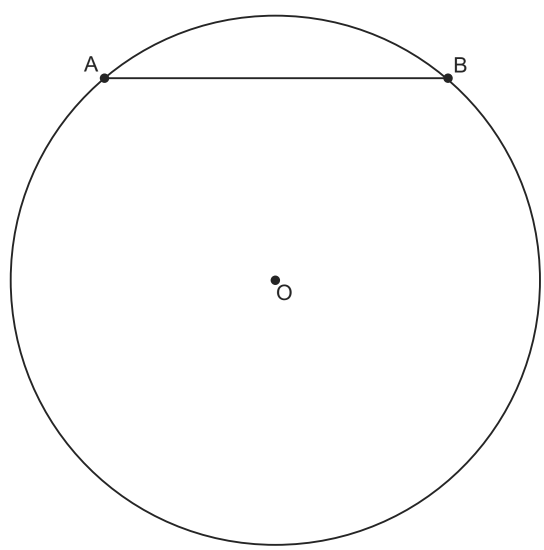
a) R$ 10,00
b) R$ 12,00
c) R$ 15,00
d) R$ 18,00
e) R$ 20,00

RESOLUÇÃO

Carlos gastou seu R$ 32,00, mais os R$ 8,00 e os R$ 14,00 que recebeu de Danilo e Edson, nas compras dos ingressos. Assim, cada ingresso custou, em reais, (32 + 8 + 14) ÷ 3 = 18.
Resposta: D

QUESTÃO 23

O ponto **O** é o centro da circunferência de raio 10 cm e a corda $\overline{AB}$ mede 16 cm.
A distância do ponto **O** à corda $\overline{AB}$ é igual a:

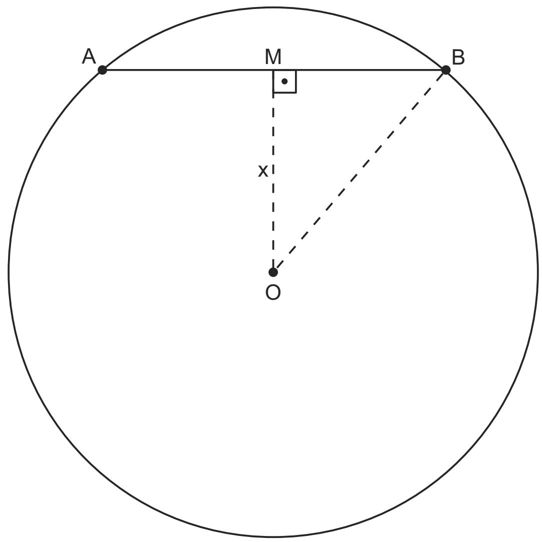


a) 3 cm b) 6 cm c) 7 cm d) 8 cm e) 10 cm

RESOLUÇÃO

A distância do ponto O à corda $\overline{AB}$ é a medida x do segmento $\overline{OM}$, sendo M o ponto médio de $\overline{AB}$. No triângulo OMB, retângulo em M, temos:

$MB = \dfrac{AB}{2} = 8$, OB = 10 e OM = x.



Utilizando o Teorema de Pitágoras, conclui-se:
$10^2 = x^2 + 8^2 \Leftrightarrow x^2 = 100 - 64 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 6$
Resposta: B

QUESTÃO 24

Das 400 pessoas que participam de uma festa, pode-se afirmar que

a) pelo menos uma tem menos de 70 anos.
b) pelo menos duas nasceram no mesmo dia.
c) pelo menos uma aniversaria no dia da festa.
d) pelos duas aniversariam no mesmo dia.
e) nem todas aniversariam no mesmo dia.

RESOLUÇÃO
Supondo que a primeira pessoa aniversarie em 1º de janeiro, a segunda em 2 de janeiro, a terceira em 3 de janeiro e assim por diante, a pessoa de ordem 365ª ou 366ª aniversaria em 31 de dezembro.
Como existem 400 pessoas na festa, 34 ou 35 delas deverão repetir uma data já considerada. Assim, pelo menos duas aniversariam no mesmo dia.
Resposta: D

QUESTÃO 25

(INSPER) – O grêmio de uma faculdade convidou os alunos do primeiro semestre para uma atividade de integração.

Eles contaram os calouros presentes e tentaram agrupá-los de forma que todos os grupos tivessem a mesma quantidade de pessoas, mas não havia maneira de fazê-lo, pois não queriam apenas uma pessoa por grupo e nem um único grande grupo. Pode-se concluir que a quantidade de calouros era necessariamente um número

a) par.
b) quadrado perfeito.
c) primo.
d) menor do que 300.
e) maior do que 50.

RESOLUÇÃO

Só é possível agrupar os *n* alunos da faculdade em grupos de *k* alunos cada um (com $k \neq 1$ e $k \neq n$) se k for divisor de *n*.

Como o enunciado afirma que esta divisão não foi possível, significa que *n* só é divisível por 1 e pelo próprio *n*.

Desta forma, n é primo.

Resposta: C

QUESTÃO 26

(OBM) – Considere um número inteiro **x** e faça com ele as seguintes operações sucessivas: Multiplique-o por 2, some 1 a isso, multiplique esse resultado por 3 e subtraia 5 do resultado anterior. Se o resultado final foi 220, o valor de **x** é

a) um número primo.
b) um número par.
c) um número entre 40 e 50.
d) um número múltiplo de 3.
e) um número cuja soma dos algarismos é 9.

RESOLUÇÃO

Efetuando as operações propostas, temos:

Multiplicando x por 2, obtemos 2x, somando 1 a isso, obtemos (2x + 1), multilicando esse resultado por 3, encontra-se 3 . (2x + 1), subtraindo-lhe 5, resulta 3 . (2x + 1) – 5.

Assim, efetuando-se operações inversas, temos:

$$3 \cdot (2x+1) - 5 = 220 \Leftrightarrow 3 \cdot (2x+1) = 220 + 5 \Leftrightarrow 3 \cdot (2x+1) = 225 \Leftrightarrow (2x+1) = \frac{225}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 75 \Leftrightarrow 2x = 75 - 1 \Leftrightarrow 2x = 74 \Leftrightarrow x = \frac{74}{2} \Leftrightarrow x = 37 \text{ e } 37 \text{ é um número primo.}$$

Resposta: A

QUESTÃO 27

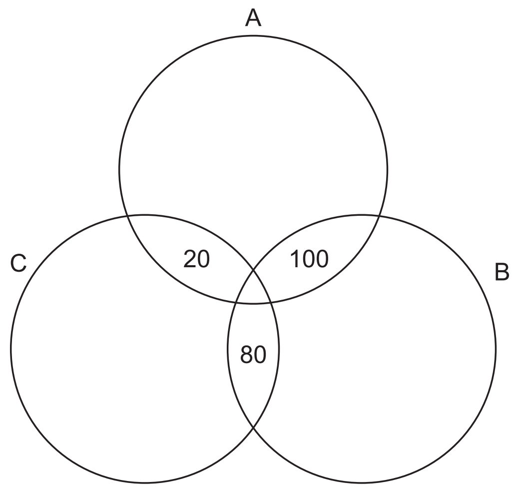
Os senhores A, B e C concorriam à liderança de certo partido político. Para escolher o líder, cada eleitor votou em dois e, apenas, em dois candidatos de sua preferência. Houve 100 votos para A e B, 80 votos para B e C e 20 votos para A e C.

Em consequência desses resultados,

a) venceu A, com 120 votos.
b) venceu A, com 140 votos.
c) A e B empataram em primeiro lugar.
d) venceu B, com 140 votos.
e) venceu B, com 180 votos.

RESOLUÇÃO

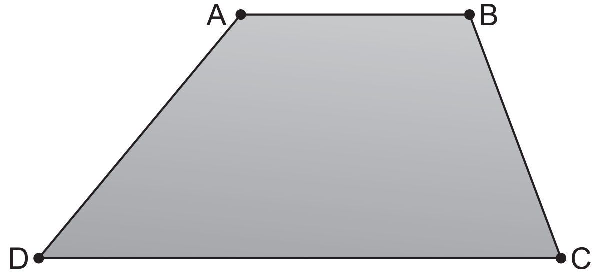
Como não houve votos para apenas um candidato e também não houve para os três juntos, podemos utilizar o Diagrama de Venn, abaixo, para representar a situação.



A obteve 120 votos, mas não venceu.
B obteve 180 votos, e venceu.
C obteve 100 votos.
Resposta: E

QUESTÃO 28

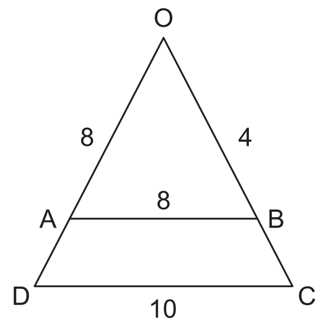
As bases do trapézio **ABCD** da figura medem 8 cm e 10 cm. Os lados não paralelos encontram-se num ponto **O** que dista 8 cm de A e 4 cm de **B**.



A soma das medidas dos lados não paralelos desse trapézio é igual a:

a) 3 cm
b) 4 cm
c) 4,5 cm
d) 5 cm
e) 6 cm

RESOLUÇÃO



Da semelhança dos triângulos OAB e ODC, tem-se:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{8}{OD} = \frac{8}{10} \Rightarrow OD = 10$$

$$\frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{4}{OC} = \frac{8}{10} \Rightarrow OC = 5$$

Assim: $AD = OD - OA = 10 - 8 \Rightarrow AD = 2$

$BC = OC - OB = 5 - 4 \Rightarrow BC = 1$ e $AD + BC = 3$ cm

Resposta: A

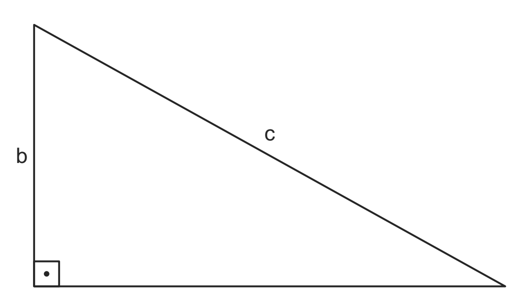
QUESTÃO 29

(FGV) – A **soma** das medidas dos catetos de um triângulo retângulo é 28cm e a **diferença** é 4cm. O perímetro desse triângulo é

a) 48cm b) 40cm c) 32cm d) 28cm e) 24cm

RESOLUÇÃO

Se *a* e *b* forem os catetos do triângulo retângulo, com a > b, e c a hipotenusa, então:



$$\begin{cases} a + b = 28 \\ a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 28 \\ 2a = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 28 \\ a = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 12 \end{cases}$$

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$c^2 = 16^2 + 12^2 \Leftrightarrow c^2 = 400 \Leftrightarrow c = 20$

O perímetro do triângulo, em cm, é 12 + 16 + 20 = 48.

Resposta: A

QUESTÃO 30

Se n expressa o número de lados de um polígono regular que tem 9 diagonais, então:

a) $3 \leq n < 5$ b) $5 \leq n < 7$ c) $7 \leq n < 9$

d) $9 \leq n \leq 11$ e) $n > 11$

RESOLUÇÃO

O número de diagonais d, do polígono é 9.

Substituindo na fórmula, $d = \dfrac{n\,(n-3)}{2}$ **, que fornece o número de diagonais, temos a equação:**

$$9 = \frac{n\,(n-3)}{2} \Leftrightarrow 9 = \frac{n^2 - 3n}{2} \Leftrightarrow n^2 - 3n = 18 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 18 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, (-18)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} \Leftrightarrow n = \frac{3 \pm 9}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} n' = 6 \\ n'' = -3 \text{ (não serve, pois } n > 0) \end{cases}$$

Observe que $5 \leq n < 7$

Resposta: B