

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Prova: **DESAFIO**

RESOLUÇÃO

PARA QUEM CURSARÁ O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2019

QUESTÃO 16

Quantas vezes o algarismo 9 aparece no resultado da operação $10^{100} - 2018$?

- a) 97 b) 98 c) 99
d) 100 e) 101

RESOLUÇÃO

I. Como o número 10^{100} possui 100 algarismos zeros, podemos escrever a subtração da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 101 \text{ algarismos} \\ 100^{100} = \overbrace{10000 \dots 0} \\ 100 \text{ zeros} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \text{ algarismos} \\ \overbrace{10000 \dots 00000} \\ - \quad \quad \quad 2018 \\ \hline 0999 \dots 97982 \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{"96 algarismos 9"}} \quad \left(\text{mais um algarismo 9} \right) \end{array}$$

II. Portanto, neste resultado, há $96 + 1 = 97$ algarismos 9.

Resposta: A

QUESTÃO 17

Para medir a temperatura, usamos a escala Celsius, porém muitos países de língua inglesa utilizam uma escala proposta pelo físico holandês Daniel Fahrenheit, em 1724, a escala Fahrenheit. A fórmula que transforma graus Fahrenheit em graus Celsius é dada por: $F = 1,8.C + 32$

Se uma pessoa viajou para um país cuja temperatura no termômetro era de 23°F , num termômetro graduado em graus Celsius esta mesma temperatura equivale a:

- a) 0°C
- b) -1°C
- c) -2°C
- d) -4°C
- e) -5°C

RESOLUÇÃO

Substituindo F por 23 na fórmula da conversão das temperaturas, temos:

$$F = 1,8C + 32 \Leftrightarrow 23 = 1,8C + 32 \Leftrightarrow 1,8C = 23 - 32 \Leftrightarrow 1,8C = -9 \Leftrightarrow C = \frac{-9}{1,8} \Leftrightarrow C = -5$$

Então, a temperatura é de -5°C .

Resposta: E

QUESTÃO 18

Um grupo de pessoas dispõe de certo número de bancos para sentar. Sentando-se duas pessoas em cada banco, sobram 20 pessoas em pé. Mas, sentando-se três pessoas em cada banco, sobra um banco vazio. Quantos são os bancos e as pessoas, respectivamente?

- a) 18 e 56
- b) 20 e 60
- c) 20 e 61
- d) 23 e 66
- e) 23 e 61

RESOLUÇÃO

I. Sendo x o número de bancos, temos :

$$2x + 20 = 3 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow 2x + 20 = 3x - 3 \Leftrightarrow 2x - 3x = -3 - 20 \Leftrightarrow -x = -23 \Leftrightarrow x = 23$$

II. Logo, se o número de bancos é 23, o número de pessoas é igual a:

$$2x + 20 = 2 \cdot 23 + 20 = 46 + 20 = 66$$

Resposta: D

QUESTÃO 19

Uma garrafa com sua rolha custa R\$ 1,10. Sabendo-se que a garrafa custa R\$ 1,00 a mais que a rolha, qual é o preço da rolha?

- a) R\$ 0,05 b) R\$ 0,10 c) R\$ 0,15
d) R\$ 0,20 e) R\$ 0,50

RESOLUÇÃO

I. Sendo o preço da garrafa G e o preço da rolha R , temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} G + R = 1,10 \\ G = R + 1,00 \end{cases}$$

II. Substituindo $G = R + 1,00$ na primeira equação, temos:

$$R + 1,00 + R = 1,10 \Leftrightarrow 2R + 1,00 = 1,10 \Leftrightarrow 2R = 1,10 - 1,00 \Leftrightarrow 2R = 0,10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{0,10}{2} \Leftrightarrow R = 0,05$$

Resposta: A

QUESTÃO 20

Na população de uma espécie rara de 1000 aves da Floresta Amazônia, 98% tinham cauda de cor verde. Após uma misteriosa epidemia que matou parte das aves com cauda verde, esta porcentagem caiu para 95%. Quantas aves foram eliminadas com a epidemia?

- a) 30 b) 50 c) 500
d) 300 e) 600

RESOLUÇÃO

I. O número inicial de aves com cauda verde é:

$$98\% \text{ de } 1000 = \frac{98}{100} \cdot 1000 = 980$$

II. Considerando x o número de aves com cauda verde eliminadas após a epidemia, temos:

$$\frac{95}{100} \cdot (1000 - x) = 980 - x \Leftrightarrow 95000 - 95x = 98000 - 100x$$

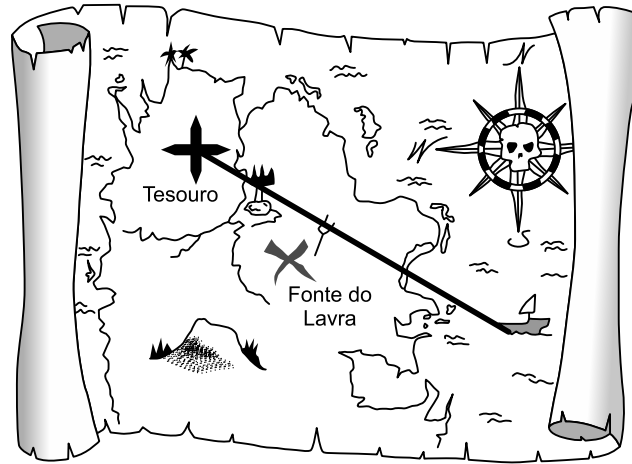
$$-95x + 100x = 98000 - 95000 \Leftrightarrow 5x = 3000 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{3000}{5} \Leftrightarrow x = 600$$

Resposta: E

QUESTÃO 21

Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real. Certo mapa tem escala 1 : 58000000.



(Disponível em: <<http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br>>. Acesso em: 9 ago. 2012.)

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm. A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é:

- a) 4 408
- b) 7 632
- c) 44080
- d) 76316
- e) 440800

RESOLUÇÃO

I. A medida real é $7,6 \text{ cm} \cdot 58000000 = 440800000 \text{ cm}$

II. Como $1 \text{ km} = 100000 \text{ cm}$, então, em quilômetros, temos: $440800000 : 100000 = 4408$

Resposta: A

QUESTÃO 22

Um número é chamado de **poderoso** se o produto dos seus divisores positivos menores do que ele for igual ao quadrado do próprio número.

Sendo assim, assinale a alternativa abaixo que contenha um número **poderoso**:

- a) 10
- b) 20
- c) 22
- d) 25
- e) 27

RESOLUÇÃO

Analisando as alternativas, temos:

a) $D_+(10) = \{1, 2, 5, 10\}$

$1 \cdot 2 \cdot 5 = 10$. Logo, 10 não é um número poderoso, pois $10^2 = 100 \neq 10$

b) $D_+(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10 = 400$. Logo, 20 é um número poderoso, pois $20^2 = 400$

c) $D_+(22) = \{1, 2, 11, 22\}$

$1 \cdot 2 \cdot 11 = 22$. Logo, 22 não é um número poderoso, pois $22^2 = 484 \neq 22$

d) $D_+(25) = \{1, 5, 25\}$

$1 \cdot 5 = 5$, logo 25 não é um número poderoso, pois $25^2 = 625 \neq 5$

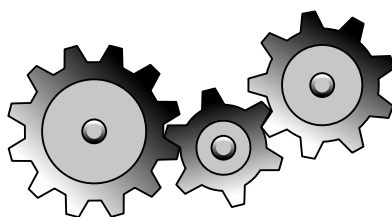
e) $D_+(27) = \{1, 3, 9, 27\}$

$1 \cdot 3 \cdot 9 = 27$, logo 27 não é um número poderoso, pois $27^2 = 729 \neq 27$

Resposta: B

QUESTÃO 23

Observe as engrenagens na figura.



Quantas voltas a engrenagem com 12 dentes deve dar para que a engrenagem com nove dentes dê 200 voltas?

- a) 120
- b) 150
- c) 180
- d) 240
- e) 266

RESOLUÇÃO

- I. A engrenagem do meio é apenas uma transmissora do movimento, servindo para que as engrenagens externas girem solidárias e na mesma direção.
- II. Cada dente girado da engrenagem com 12 dentes provoca o movimento de exatamente um dente da engrenagem do meio. Ela realiza a conexão entre as engrenagens externas. Se a engrenagem com 9 dentes deu 200 voltas, foram girados $9 \times 200 = 1800$ dentes. Para que a engrenagem com 12 dentes tenha girado o mesmo número de dentes, foram necessárias $1800 \div 12 = 150$ voltas.

Resposta: B

QUESTÃO 24

Os alunos do sétimo ano entraram na quadra para a aula de Educação Física, todos em grupos de 6 alunos; e saíram dela, todos em grupos de 8 alunos. O número mínimo de alunos que havia neste dia no sétimo ano possui:

- a) 6 divisores naturais
- b) 7 divisores naturais
- c) 8 divisores naturais
- d) 10 divisores naturais
- e) 12 divisores naturais

RESOLUÇÃO

- I. Se os alunos entraram na quadra em grupos de 6 e saíram em grupos de 8, sem sobrar nenhum aluno, então o número mínimo de alunos é o mínimo múltiplo comum entre 6 e 8.

$$\begin{array}{r|l} 6, 8 & 2 \text{) } x \\ 3, 4 & 2 \text{) } x \\ 3, 2 & 2 \text{) } x \\ 3, 1 & 3 \text{) } x \\ \hline 1, 1 & 24 \end{array} \Rightarrow \text{mmc}(6;8) = 24$$

- II. O conjunto dos divisores naturais de 24 é:

$$D_+(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

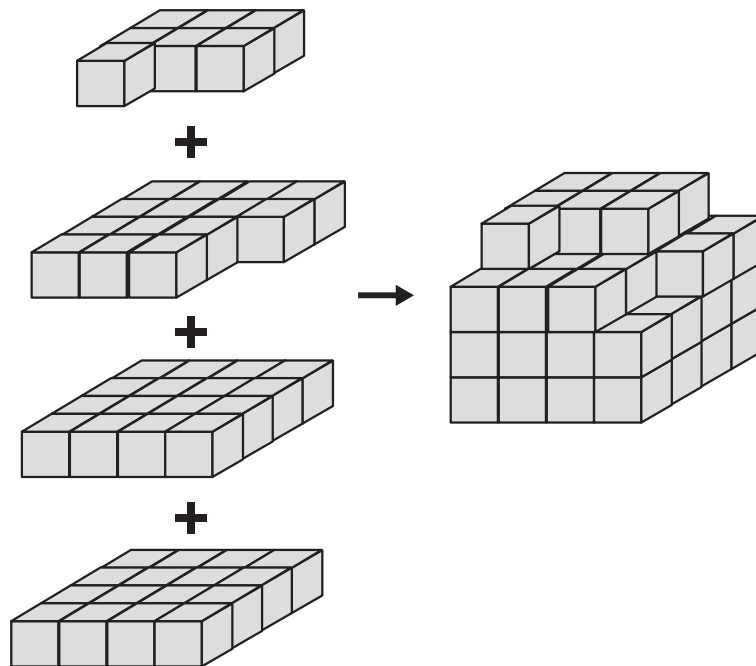
O número 24 possui 8 divisores naturais.

Resposta: C

QUESTÃO 25

Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, por meio do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões $4 \times 4 \times 4$. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

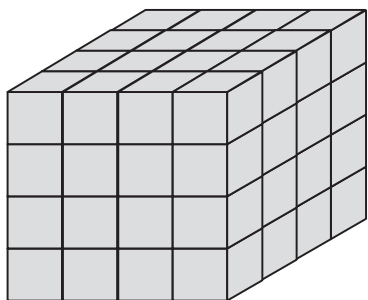


Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

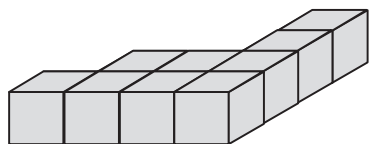
O formato da peça capaz de completar o cubo $4 \times 4 \times 4$ é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

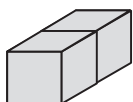
RESOLUÇÃO



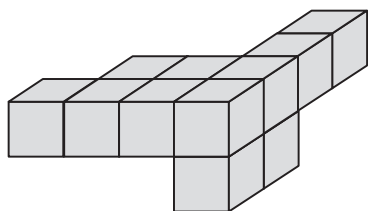
A peça que falta na primeira camada é do tipo:



A peça que falta na segunda camada é do tipo:



Juntando-as, temos a peça da alternativa A:



Resposta: A

QUESTÃO 26

Para participar de uma competição de Matemática, cada candidato recebeu uma senha diferente, composta por 5 vogais distintas. Se o total de possibilidades de senhas equivale ao número de participantes desta competição, podemos afirmar que participaram:

- a) $2^2 \cdot 3$ pessoas
- b) $2 \cdot 5^2$ pessoas
- c) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ pessoas
- d) $2^4 \cdot 5$ pessoas
- e) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ pessoas

RESOLUÇÃO

- I. As vogais do alfabeto são cinco: a, e, i, o, u.
- II. O total de senhas compostas por cinco vogais, todas distintas, é: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ senhas, o que equivale a $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ participantes.

Resposta: E

QUESTÃO 27

Anos bissextos são múltiplos de 4. Mas não são bissextos os anos múltiplos de 100 que não sejam também múltiplos de 400. Assim, quantos anos bissextos houve desde a Proclamação da República, em 1889, até hoje?

- a) 31
- b) 32
- c) 33
- d) 34
- e) 35

RESOLUÇÃO

- I. 1889 não foi um ano bissexto, pois não é múltiplo de 4, então o primeiro bissexto após 1889 foi o ano de 1892.
- II. Assim, podemos escrever a seguinte sequência dos múltiplos de 4 de 1892 até 2016: 1892, 1896, ..., 2012, 2016...
- III. Como $1892 = 4 \cdot 473$ e $2016 = 4 \cdot 504$, temos $504 - 473 = 32$ múltiplos de 4 nesta sequência.
- IV. O ano de 1900 é múltiplo de 100, mas não de 400, então devemos retirá-lo da contagem.
- V. Assim, temos um total de $32 - 1 = 31$ anos bissextos desde a Proclamação da República.

Resposta: A

QUESTÃO 28

Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que faria três perguntas a cada um deles e cada um deles daria apenas uma resposta correta.

Ela perguntou:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João.
- É sexta, respondeu Maria.

Depois, perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Segunda, falou João.
- Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente, ela perguntou:

- Que dia da semana foi ontem?
- Terça, respondeu João.
- Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

- a) segunda-feira
- b) terça-feira
- c) quarta-feira
- d) quinta-feira
- e) sexta-feira

RESOLUÇÃO

I. A tabela a seguir mostra o que João e Maria, de forma indireta, dizem do dia da semana em que a brincadeira ocorreu.

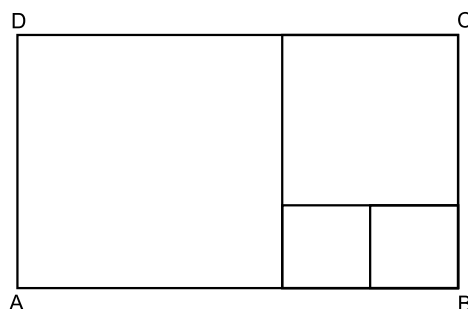
Pergunta	João	Maria
primeira	quinta	sexta
segunda	domingo	sábado
terceira	quarta	quinta

II. Como, pelo enunciado, João e Maria deram a resposta correta exatamente uma única vez, concluímos que a brincadeira aconteceu em uma quinta-feira.

Resposta: D

QUESTÃO 29

A figura abaixo exibe um retângulo, o ABCD decomposto em quatro quadrados.



O valor de $\frac{AB}{BC}$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}$

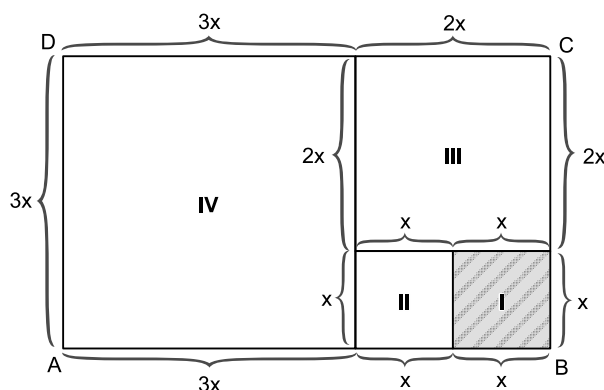
b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{5}{2}$

e) $\frac{3}{2}$

RESOLUÇÃO



Sendo x a medida do lado do quadrado I, teremos x a medida do lado do quadrado II, $2x$ a medida do lado do quadrado III e $3x$ a medida do lado do quadrado IV.






Logo, o valor da razão $\frac{AB}{BC}$ é igual a:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3x + x + x}{x + 2x} = \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

Resposta: C

QUESTÃO 30

No quadrado mágico, a soma dos números em cada linha, coluna e diagonal é sempre a mesma. Veja o quadrado mágico abaixo, no qual cada símbolo representa um número e símbolos diferentes representam números diferentes:

15		35
50		
25		

Podemos afirmar, então, que $\sqrt{\triangle} + 6 + \star$ é:

- a) múltiplo de 7
- b) múltiplo de 4
- c) múltiplo de 3 e 5 ao mesmo tempo
- d) múltiplo de 2 e 10 ao mesmo tempo
- e) múltiplo de 6

RESOLUÇÃO

- I. Na primeira coluna, temos a soma: $15 + 50 + 25 = 90$. Logo, todas as outras colunas, linhas e diagonais têm a mesma soma.
- II. Na primeira linha, temos: $15 + \heartsuit + 35 = 90$. Logo, $\heartsuit = 40$
- III. Na diagonal, temos: $25 + \blacktriangle + 35 = 90$. Logo, $\blacktriangle = 30$
- IV. Na segunda coluna: $\heartsuit + \blacktriangle + \odot = 90$, ou seja, $40 + 30 + \odot = 90$. Logo, $\odot = 20$
- V. Na outra diagonal: $15 + \blacktriangle + \blacksquare = 90$, ou seja, $15 + 30 + \blacksquare = 90$. Logo, $\blacksquare = 45$
- VI. Na última coluna: $35 + \star + \blacksquare = 90$, ou seja, $35 + \star + 45 = 90$. Logo, $\star = 10$
- VII. Portanto, $\sqrt{\triangle} + 6 + \star = \sqrt{30} + 6 + 10 = \sqrt{36} + 10 = 6 + 10 = 16$, que é múltiplo de 4.

Resposta: B