Colégio OBJETIVO

Nome: ______________________________ **Nº:** ______
Endereço: ______________________________ **Data:** __________
Telefone: __________________ ***E-mail:*** ______________________________

Disciplina: **MATEMÁTICA** | Prova: **DESAFIO** | **RESOLUÇÃO**

PARA QUEM CURSARÁ A 2.ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2019

QUESTÃO 16

Enquanto as lâmpadas comuns têm 8 mil horas de vida útil, as lâmpadas de LED têm 50 mil horas.

(*MetroCuritiba*, 18 ago. 2011. Adaptado.)

De acordo com a informação e desprezando possíveis algarismos na parte decimal, a lâmpada de LED tem uma durabilidade de:

a) 1750 dias a mais que a lâmpada comum.
b) 2000 dias a mais que a lâmpada comum.
c) 2083 dias a mais que a lâmpada comum.
d) 42000 dias a mais que a lâmpada comum.
e) 1008000 dias a mais que a lâmpada comum.

RESOLUÇÃO

I. A diferença de duração entre os dois tipos de lâmpadas é:
$50000 \text{ h} - 8000 \text{ h} = 42000 \text{ h}$

II. $42000 \text{ h} = \dfrac{42000}{24} \text{ dias} = 1750 \text{ dias}$

Resposta: A

QUESTÃO 17

O criador de uma espécie de peixe tem sete tanques, sendo que cada tanque contém 14600 litros de água.

Nesses tanques, existem em média cinco peixes para cada metro cúbico (m^3) de água. Sabe-se que cada peixe consome 1 litro de ração por semana. O criador quer construir um silo que armazenará a ração para alimentar sua criação.

Qual é a capacidade mínima do silo, em litros, para armazenar a quantidade de ração que garantirá a alimentação semanal dos peixes?

Obs.: $1\ m^3 = 1\,000$ litros

a) 511
b) 5110
c) 51100
d) 511000
e) 5110000

RESOLUÇÃO

I. A capacidade dos 7 tanques é:
$7 \cdot 14600\ L = 102200\ L = 102200\ dm^3 = 102{,}2\ m^3$

II. O número de peixes é:
$102{,}2 \cdot 5 = 511$

III. A capacidade mínima do silo é:
$511 \cdot 1\ L = 511\ L$

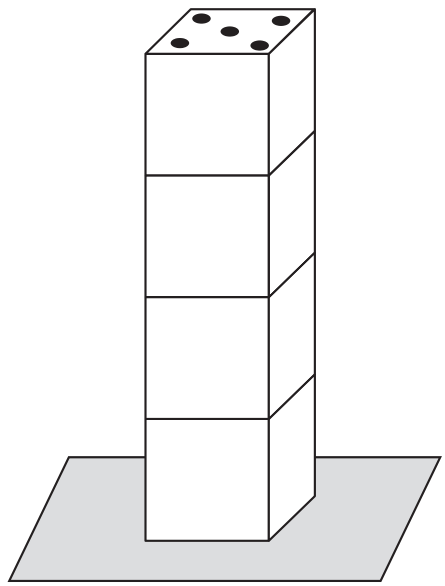
Resposta: A

QUESTÃO 18

Todo dado cúbico padrão possui as seguintes propriedades:

• Sobre suas faces estão registrados os números de 1 a 6, na forma de pontos.

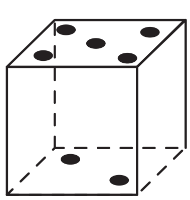
• A soma dos números registrados, em quaisquer duas de suas faces opostas, é sempre igual a 7.



Se quatro dados cúbicos padrões forem colocados verticalmente, um sobre o outro, em cima de uma superfície plana horizontal, de forma que qualquer observador tenha conhecimento apenas do número registrado na face horizontal superior do quarto dado (conforme a figura), podemos afirmar que, se nessa face estiver registrado o número 5, então a soma dos números registrados nas faces horizontais não visíveis ao observador será de:

a) 23 b) 24 c) 25 d) 26 e) 27

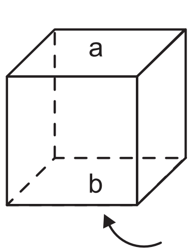
RESOLUÇÃO



I. Na face inferior do último dado, está registrado o número 2, pois 2 + 5 = 7.

II. Para cada um dos outros três dados, a soma dos números registrados nas faces horizontais é 7, pois são faces opostas do mesmo dado: a + b = 7.

III. A soma pedida é:
2 + 7 + 7 + 7 = 23.



Resposta: A

QUESTÃO 19

Clarice está devendo a três amigas. Para Claudete, ela deve R$ 20,00 a mais do que deve para Cleide; para Cleide, ela deve R$ 35,00 a mais do que deve para Cleuza. No total, ela deve R$ 204,00. Nesta semana, ela conseguirá pagar sua dívida somente com Cleide e Cleuza e, para tanto, ela precisará dispor de:

a) R$ 107,00
b) R$ 108,00
c) R$ 109,00
d) R$ 110,00
e) R$ 111,00

RESOLUÇÃO

Se x, y e z forem, em reais, os valores das dívidas que Clarice tem com Claudete, Cleide e Cleuza, respectivamente, então:

I. $x = y + 20$
II. $y = z + 35 \Rightarrow x = (z + 20) + 35 \Rightarrow x = z + 55$
III. $x + y + z = 204 \Rightarrow (z + 55) + (z + 35) + z = 204 \Leftrightarrow 3z = 114 \Leftrightarrow z = 38$
IV. $z = 38 \Rightarrow x = 93$ **e** $y = 73$
V. $y + z = 111$

Resposta: E

QUESTÃO 20

O gráfico a seguir mostra o número de alunos que responderam à pergunta: Qual a estação do ano que você mais gosta?

Analisando o gráfico, pode-se afirmar que do total de alunos que responderam à pergunta:

a) 20% preferem a primavera.

b) metade prefere o verão.

c) 15% preferem o inverno.

d) $\frac{1}{3}$ prefere o outono.

e) $\frac{1}{5}$ prefere o inverno.

RESOLUÇÃO

I. O número total de alunos que responderam à pergunta é 20 + 30 + 18 + 12 = 80.

II. 20% de 80 = 0,2 . 80 = 16.

III. Metade de 80 é igual a 40.

IV. 15% de 80 = 0,15 . 80 = 12.

V. $\frac{1}{3}$ de 80 = 26,666...

VI. $\frac{1}{5}$ de 80 = 16.

Resposta: C

QUESTÃO 21
Uma pessoa estava lendo um livro que possui 220 páginas. Em um determinado momento, constatou que a diferença entre o número x de páginas já lidas e o número y de páginas ainda não lidas era igual a 84, sendo x maior que y. Naquele momento, o número de páginas não lidas era:
a) 54
b) 68
c) 76
d) 80
e) 82

RESOLUÇÃO
$$\begin{cases} x + y = 220 \\ x - y = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 304 \\ x + y = 220 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 152 \\ y = 68 \end{cases}$$

Resposta: B

QUESTÃO 22
De acordo com o que João leu no manual do proprietário, ele deve fazer a revisão do seu carro com 10000 km.

Observando o que marca o hodômetro, João sabe que, para a revisão, ainda faltam:
a) 195000 m
b) 19500 m
c) 1950 m
d) 195 m
e) 19,5 m

RESOLUÇÃO
10000 km – 9805 km = 195 km = 195000 m
Resposta: A

QUESTÃO 23

Considere a função real g(x) definida por:

$$g(x) = \begin{cases} 5^x, \text{ se } x \le 1 \\ \dfrac{-3x^2}{4} + \dfrac{3x}{2} + \dfrac{17}{4}, \text{ se } 1 < x \le 3 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}, \text{ se } x > 3 \end{cases}$$

O valor de g(g(g(1))) é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

RESOLUÇÃO

I. $g(1) = 5^1 = 5$

II. $g(g(1)) = g(5) = \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2} = 3$

III. $g(g(g(1))) = g(3) = \dfrac{-3 \cdot 3^2}{4} + 3 \cdot \dfrac{3}{2} + \dfrac{17}{4} =$

$$= -\frac{27}{4} + \frac{18}{4} + \frac{17}{4} = \frac{-27 + 18 + 17}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Resposta: C

QUESTÃO 24

Para um certo produto, a função de receita é $R = -x^2 + 10{,}5x$ e a função de custo é $C = x^2 + 0{,}5x + 1$ (x representa a quantidade do produto).

A função de lucro é definida como a diferença entre a receita e o custo. O lucro máximo possível é (em unidades monetárias):

a) 12
b) 11,5
c) 8,5
d) 10,5
e) 14

RESOLUÇÃO

lucro = receita – custo ⇒ lucro = $(-x^2 + 10{,}5x) - (x^2 + 0{,}5x + 1)$ ⇒ lucro = $-2x^2 + 10x - 1$

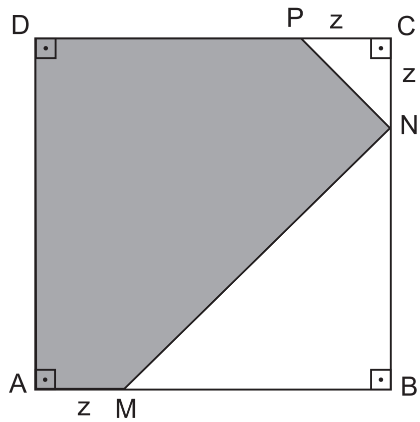
Como a < 0, a parábola tem concavidade para baixo e o lucro máximo é

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(10^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1))}{4 \cdot (-2)} = 11{,}5$$

Resposta: B

QUESTÃO 25

No quadrado ABCD, com 6 cm de lado, o valor de z para que a área sombreada seja máxima, será, em centímetros:



a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

RESOLUÇÃO

I) Se AB = BC = 6, temos: BM = BN = 6 – z

II) Sejam:

A: a área sombreada;

A_1: a área do quadrado ABCD;

A_2: a área do triângulo CPN;

A_3: a área do triângulo BMN. Todas as áreas estão em centímetros quadrados, assim temos:

$$A = A_1 - A_2 - A_3 \Leftrightarrow A = 6^2 - \frac{z \, . \, z}{2} - \frac{(6 - z).(6 - z)}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = 36 - \frac{z^2}{2} - \frac{(36 - 12z + z^2)}{2} \Leftrightarrow A = \frac{72 - z^2 - 36 + 12z - z^2}{2} \Leftrightarrow$$

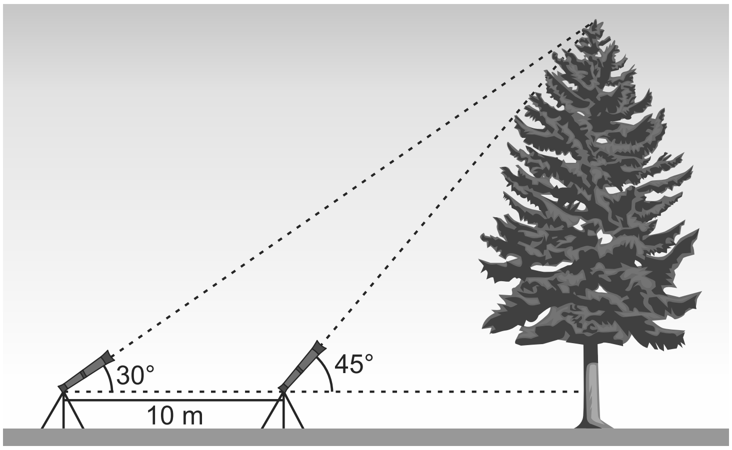
$$\Leftrightarrow A = \frac{-2z^2 + 12z + 36}{2} \Leftrightarrow A = -z^2 + 6z + 18$$

III) A área será máxima para $z = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$

Resposta: C

QUESTÃO 26

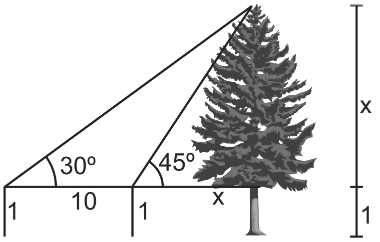
Para medir a altura de uma árvore, da qual não podia aproximar-se, um ambientalista colocou, a certa distância dessa árvore, um cavalete de 1 m de altura e observou o ponto mais alto dela, segundo um ângulo de 30°. Aproximando-se mais 10 m, observou o mesmo ponto, segundo um ângulo de 45°, conforme a figura a seguir.



Com esse procedimento, o ambientalista obteve como resultado que a altura da árvore era de:

a) $5\sqrt{3} + 15$ b) $5\sqrt{3} + 5$ c) $5\sqrt{3} + 6$ d) $5\sqrt{3} + 16$ e) $3\sqrt{5} + 6$

RESOLUÇÃO



$$\text{tg } 30° = \frac{x}{10 + x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{10 + x} \Rightarrow \sqrt{3}\,.\,(10 + x) = 3x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 10\sqrt{3} \Rightarrow$$

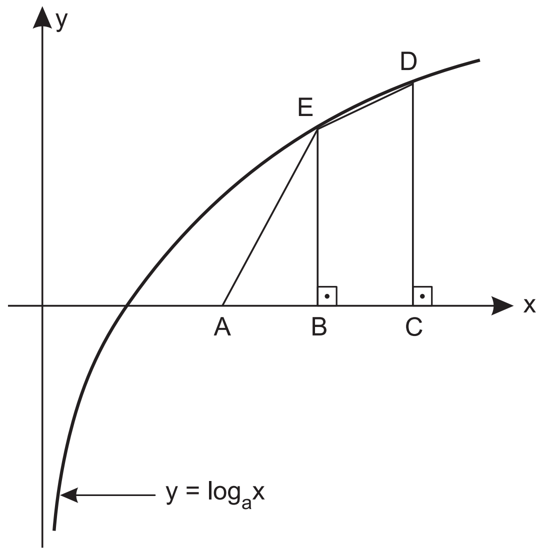
$$\Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}\,.\,(3 + \sqrt{3})}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{30\sqrt{3} + 30}{6} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{3} + 5$, logo a altura da árvore é de $5\sqrt{3} + 6$.

Resposta: C

QUESTÃO 27

Os pontos D e E pertencem ao gráfico da função $y = \log_a x$, com $a > 1$ (figura abaixo). Suponha que $B = (x,0)$, $C = (x + 1,0)$ e $A = (x - 1, 0)$. Então, o valor de x, para o qual a área do trapézio BCDE é o triplo da área do triângulo ABE, é



a) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

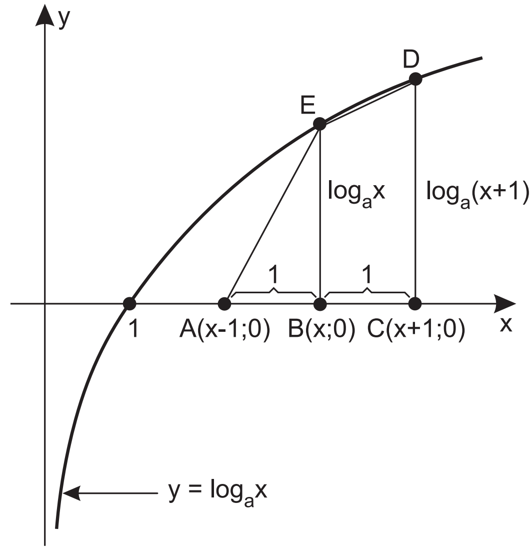
b) $1 + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

c) $\dfrac{1}{2} + \sqrt{5}$

d) $1 + \sqrt{5}$

e) $\dfrac{1}{2} + 2\sqrt{5}$

RESOLUÇÃO



$$A_{BCDE} = 3\,A_{ABE} \Rightarrow \frac{\log_a x + \log_a(x+1)}{2} \,.\, 1 = 3 \,.\, \frac{1 \,.\, \log_a x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_a x(x+1) = \log_a x^3 \Leftrightarrow x^2 + x = x^3 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ pois } x > 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

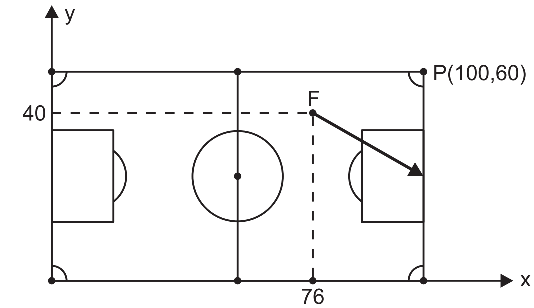
Observação: Se $x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$, então

$x - 1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} < 1$. Assim, o ponto A encontra-se à esquerda do ponto de abscissa 1.

Resposta: A

QUESTÃO 28

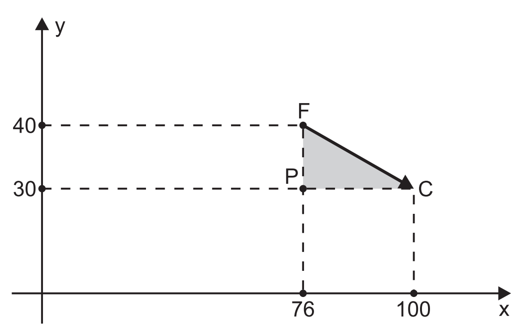
Nas transmissões de futebol pela televisão, é comum que seja informada a distância entre a bola e o centro do gol nas cobranças de falta. Isso é possível porque os dispositivos de computação gráfica da televisão associam cada ponto do campo a um sistema de coordenadas cartesianas, o que permite processar os dados e efetuar os cálculos.



Para uma falta a ser batida do ponto F, a medida da seta, que corresponde à distância medida no gramado entre o ponto F e o centro do gol, é:

a) 24 m
b) 26 m
c) 46 m
d) 48 m
e) 56 m

RESOLUÇÃO



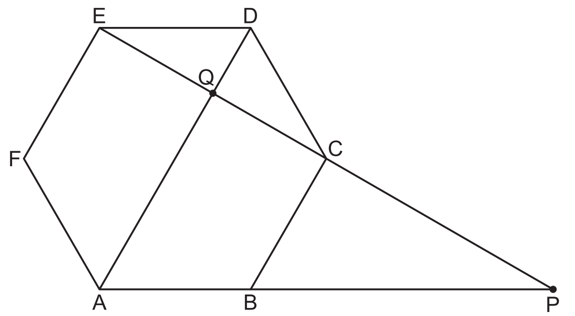
$\mathbf{(FC)^2 = (PF)^2 + (PC)^2 \Leftrightarrow (FC)^2 = (40 - 30)^2 + (100 - 76)^2 \Leftrightarrow (FC)^2 = 10^2 + 24^2 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow (FC)^2 = 100 + 576 \Leftrightarrow (FC)^2 = 676 \Leftrightarrow FC = 26}$

Resposta: B

QUESTÃO 29

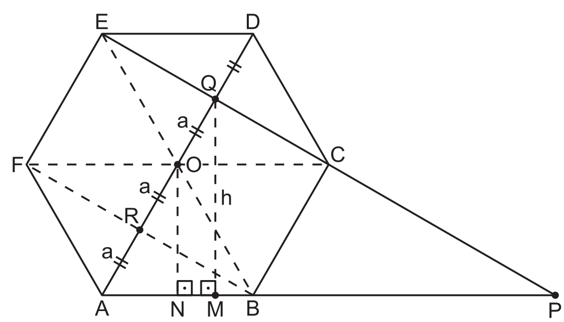
No hexágono regular ABCDEF, a distância entre dois lados paralelos é 12 cm. As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CE}$ interceptam-se no ponto P e as retas $\overleftrightarrow{AD}$ e $\overleftrightarrow{CE}$ interceptam-se no ponto Q.



A altura do triângulo APQ, relativa ao vértice Q, mede, em centímetros:

a) 8 b) $6\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{3}$ d) 9 e) $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$

RESOLUÇÃO



1) O é o centro do hexágono e, portanto, OQ = OR = RA = a.

2) ON = 6 cm, pois é a metade da distância entre dois lados paralelos do hexágono regular.

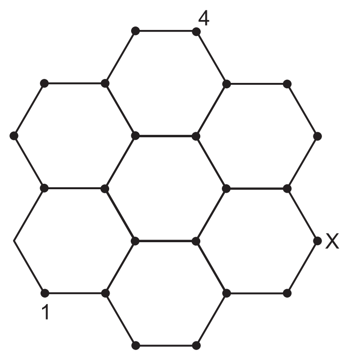
3) Se h for a altura do triângulo APQ, relativa ao vértice Q, por semelhança, temos:

$$\frac{MQ}{NO} = \frac{AQ}{AO} \Rightarrow \frac{h}{6\text{ cm}} = \frac{3a}{2a} \Rightarrow h = \frac{3}{2} \cdot 6\text{ cm} = 9\text{ cm}$$

Resposta: D

QUESTÃO 30

Em cada um dos pontos da figura, pretendemos escrever um número de tal modo que a soma dos dois números colocados nas extremidades de cada um dos segmentos marcados seja igual para todos os segmentos.

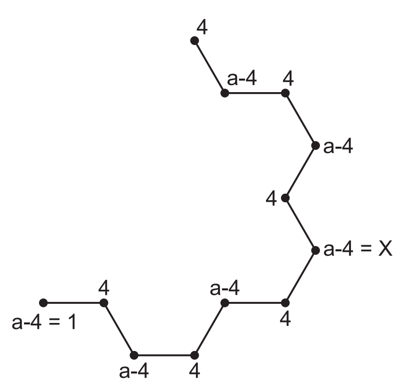


Dois dos números já se encontram escritos. Qual é o valor de x?

a) 1
b) 3
c) 4
d) 5
e) É necessário mais informação.

RESOLUÇÃO

Se *a* for a soma dos dois números colocados nas extremidades de cada um dos segmentos marcados, então:



Assim sendo:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{a - 4 = x}\\ \mathbf{a - 4 = 1}\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{x = 1}$$

Resposta: A