Colégio OBJETIVO

Nome: ______________________________ **Nº:** ______

Endereço: ______________________________ **Data:** ________

Telefone: ______________ ***E-mail:*** ______________________

Disciplina: **MATEMÁTICA** | Prova: **DESAFIO** | **RESOLUÇÃO**

PARA QUEM CURSA A 2ª SÉRIE EM 2019

QUESTÃO 16

Num exame psicotécnico foram apresentandas as sentenças abaixo, ambas verdadeiras.

$$\triangle + \bigcirc = \square$$

$$\triangle - \bigcirc = \diamond$$

Sabendo que os símbolos apresentados representam números naturais, todos distintos, podemos concluir que $\triangle \times \triangle - \bigcirc \times \bigcirc$ é igual a:

a) $\square + \square$

b) $\square \times \square$

c) $\diamond \times \diamond$

d) $\triangle + \triangle$

e) $\square \times \diamond$

RESOLUÇÃO

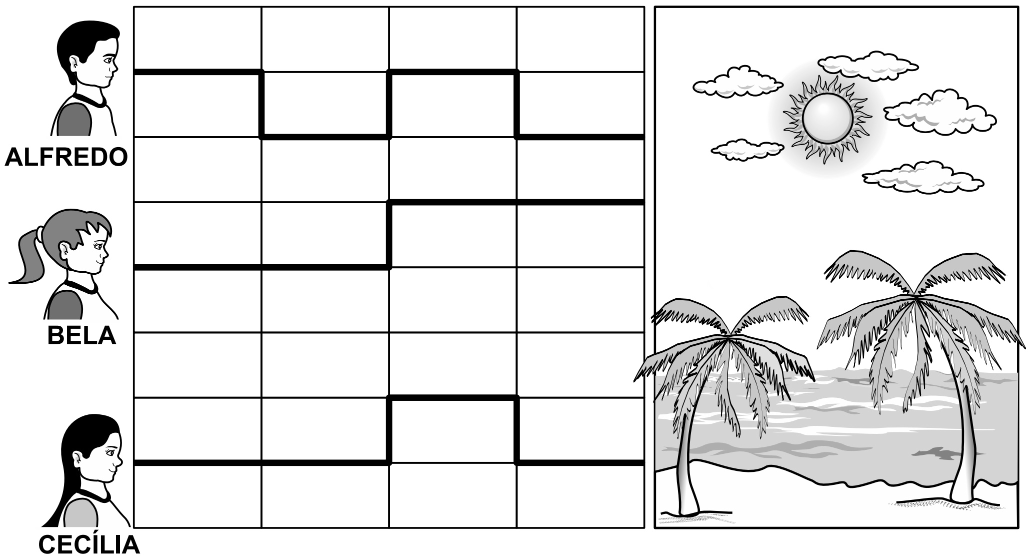
$$\triangle \times \triangle - \bigcirc \times \bigcirc = (\triangle + \bigcirc) \times (\triangle - \bigcirc) =$$

$$= \square \times \diamond$$

Resposta: E

QUESTÃO 17

As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura a seguir mostra, em parte do mapa de Quixajuba, os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas casas até a praia. Nesses caminhos, Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros.



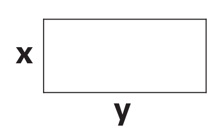
Qual é a distância, em metros, que Cecília percorre?

a) 220
b) 230
c) 240
d) 250
e) 260

RESOLUÇÃO

Representando por x e y as dimensões de cada retângulo, em metros, temos:

I. $\begin{cases} \text{Alfredo}: 3x + 4y = 290 \\ \text{Bela}: \quad x + 4y = 230 \end{cases} \Rightarrow 2x = 60 \Leftrightarrow x = 30$



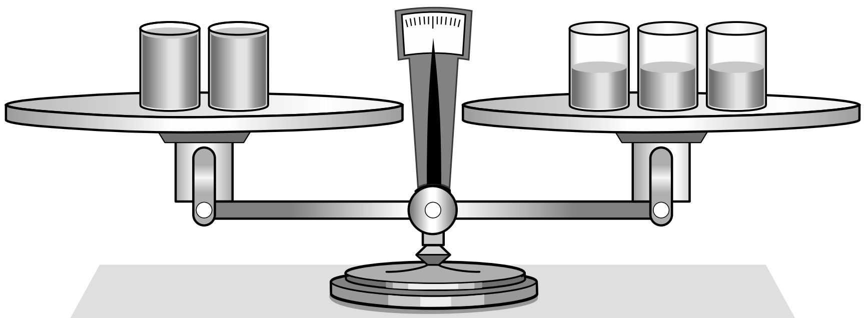
II. $(x = 30 \text{ e } x + 4y = 230) \Rightarrow 30 + 4y = 230 \Rightarrow 4y = 200 \Leftrightarrow y = 50$

III. **A distância percorrida por Cecília, em metros, é** $2x + 4y$ **e, portanto,** $2 . 30 + 4 . 50 = 260$.

Resposta: E

QUESTÃO 18

A balança da figura a seguir está equilibrada. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Os copos do prato da esquerda estão completamente cheios e os copos do prato da direita estão cheios até a metade de sua capacidade.



Qual é a massa, em gramas, de um copo vazio?

a) 50
b) 125
c) 175
d) 200
e) 250

RESOLUÇÃO

Se *f* for a massa de farinha contida num copo da esquerda, em gramas, e *c*, a massa do copo vazio, também em gramas, então:

I. $2f + 2c = 3 \cdot \frac{f}{2} + 3c \Leftrightarrow 2f + 2c = 1{,}5f + 3c \Leftrightarrow c = 0{,}5f$

II. $f + f + \frac{f}{2} + \frac{f}{2} + \frac{f}{2} = 1400 \Leftrightarrow \frac{7f}{2} = 1400 \Leftrightarrow f = 400$

III. $c = 0{,}5f = 0{,}5 \cdot 400 = 200$

Resposta: D

QUESTÃO 19

A tabela a seguir apresenta a distribuição de 300 profissionais da saúde presentes em uma palestra, sendo 175 deles mulheres.

	Homens	Mulheres
Médicos	54	x
Enfermeiros	28	y
Demais profissionais	y + 1	x + 7

Sorteando ao acaso um desses profissionais, e sabendo que é mulher, a probabilidade de ser médica ou enfermeira é de:

a) 58% b) 60% c) 55%
d) 66% e) 70%

RESOLUÇÃO

Pelo enunciado, 175 profissionais são mulheres e, portanto, 125 serão homens. Assim:

$$\begin{cases} 54 + 28 + y + 1 = 125 \\ x + y + x + 7 = 175 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 42 \\ x = 63 \end{cases}$$

A tabela apresentada terá os seguintes valores:

	Homens	Mulheres	Total
Médicos	**54**	**63**	**117**
Enfermeiros	**28**	**42**	**70**
Demais profissionais	**43**	**70**	**113**
Total	**125**	**175**	**300**

A probabilidade de ser médica ou enfermeira, sabendo que é mulher é

$$\frac{63 + 42}{175} = \frac{105}{175} = 0,6 = 60\%$$

Resposta: B

QUESTÃO 20

Uma pesquisa sobre o grupo sanguíneo de 160 alunos de uma escola municipal revelou que 70 alunos têm antígeno A, 69 têm antígeno B e 36 não têm nenhum antígeno.

O número de alunos que possuem os dois antígenos é:

a) 5

b) 10

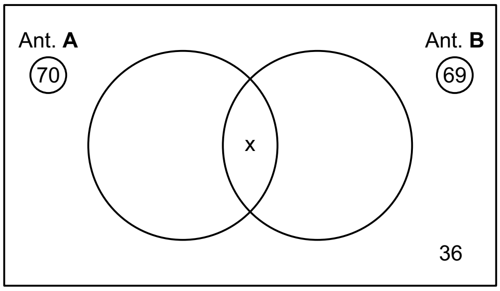
c) 12

d) 15

e) 20

RESOLUÇÃO

Se x for o número de alunos com os dois antígenos, então:



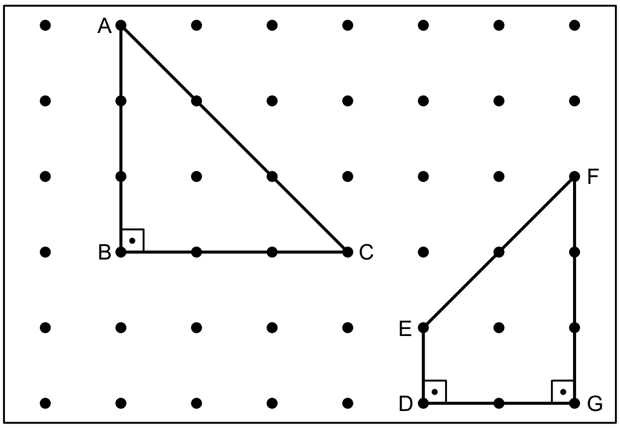
70 + 69 – x + 36 = 160 ⇔ x = 15

Reposta: D

QUESTÃO 21

Uma maneira de ilustrarmos nossas aulas de geometria é utilizando um tabuleiro com pregos dipostos em linhas e colunas igualmente espaçadas.

A figura a seguir representa um tabuleiro com dois elásticos fixados e alguns pregos.



A razão entre as áreas dos polígonos (ABC) e (DEFG), nessa ordem, é:

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{9}{4}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{9}{8}$

e) $\frac{5}{6}$

RESOLUÇÃO

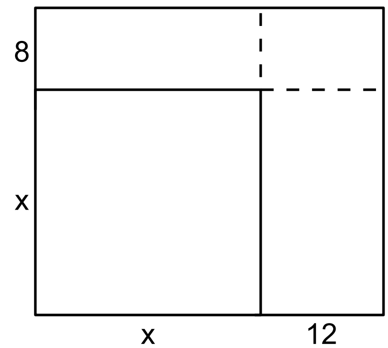
Se a for a distância entre dois pregos vizinhos de uma linha ou coluna, então:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEFG}} = \frac{\frac{3a \,.\, 3a}{2}}{\frac{1a + 3a}{2} \,.\, 2a} = \frac{\frac{9}{2}\,a^2}{\frac{4}{2} \,.\, 2\,a^2} = \frac{9}{4 \,.\, 2} = \frac{9}{8}$$

Resposta: D

QUESTÃO 22

A prefeitura de uma cidade, querendo reformar algumas obras do centro, investiu na ampliação de uma de suas praças. Essa praça, que tinha o formato de um quadrado de lado x metros, foi ampliada, segundo determinação da prefeitura, 8 metros em um lado e 12 metros no outro lado, o que acabou por alterar o formato original da praça para o formato retangular, como mostra a figura a seguir:



Se a diferença entre a nova área e a antiga é de 456 m^2, a medida de x vale

a) 12m
b) 15m
c) 18m
d) 22m
e) 25m

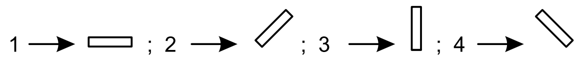
RESOLUÇÃO

$(x + 8)(x + 12) - x^2 = 456 \Leftrightarrow x^2 + 12x + 8x + 96 - x^2 = 456 \Leftrightarrow 20x = 360 \Leftrightarrow x = 18$

Resposta: C

QUESTÃO 23

Observe a relação entre algarismos e retângulos.

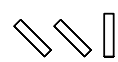


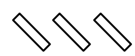
A seguir, há correspondência entre os números (de três algarismos e em ordem crescente) e as figuras (cada figura é formada por três retângulos).

111 (cento e onze), que equivale a ;

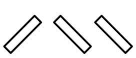
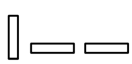
112 (cento e doze), que equivale a ;

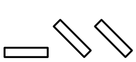
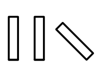
113 (cento e treze), que equivale a ; e segue até

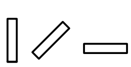
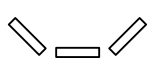
443 (quatrocentos e quarenta e três), que equivale a ; e, por último,

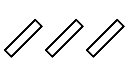
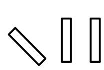
444 (quatrocentos e quarenta e quatro), que equivale a .

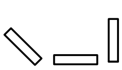
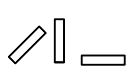
Considere a sequência das 64 figuras formadas por meio dessa correspondência. Os três primeiros elementos dessa sequência e os dois últimos estão representados anteriormente. Assim, as duas figuras centrais da sequência são:

a)  e 

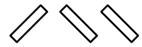
b)  e 

c)  e 

d)  e 

e)  e 

RESOLUÇÃO

I. O 32.º elemento dessa sequência é  que equivale a 244.

II. O 33.º elemento é  que corresponde a 311.

Resposta: A

QUESTÃO 24

Dizemos que uma sequência (a, b, c) de três números inteiros positivos é um *Terno Pitagórico Primitivo (TPP)* se são verificadas as duas condições a seguir.

I. **a** e **b** são primos entre si, isto é, o máximo divisor comum de **a** e **b** é igual a 1.
II. $a^2 + b^2 = c^2$

Nessas condições, existe um triângulo retângulo cujos catetos medem **a** e **b** e cuja hipotenusa mede **c**. Dois ternos pitagóricos primitivos muito comuns nos livros de Matemática são (3, 4, 5) e (5, 12, 13). No entanto, existem infinitos ternos pitagóricos primitivos e eles podem ser dados pelas fórmulas:

$$a = m \,.\, n, \quad b = \frac{(m^2 - n^2)}{2} \text{ e } c = \frac{m^2 + n^2}{2},$$

em que **m** e **n**, com $m > n$, são números ímpares positivos primos entre si. Sendo assim, podemos concluir que **a** é um número ímpar e **b** é um número par.
Se as medidas, em cm, dos lados de um triângulo retângulo formam um TPP e um dos catetos mede 9, então, a hipotenusa mede:
a) 25
b) 31
c) 37
d) 41
e) 45

RESOLUÇÃO

Se m > n, ambos inteiros e primos entre si e m . n = 9, então m = 9 e n = 1. Assim sendo:
$\mathbf{a = 9 \,.\, 1 = 9}$

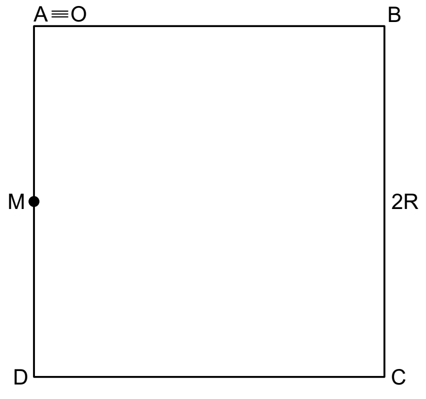
$$\mathbf{b = \frac{9^2 - 1^2}{2} = \frac{80}{2} = 40}$$

$$\mathbf{c = \frac{9^2 + 1^2}{2} = \frac{82}{2} = 41}$$

Resposta: D

QUESTÃO 25

Na figura, o quadrado ABCD representa uma sala que possui uma porta representada pelo segmento OM. Quando a porta está fechada, os pontos O e A coincidem. Essa porta pode girar em torno do ponto M, que é fixo, até que esteja totalmente aberta, situação em que os pontos O e D se superpõem.

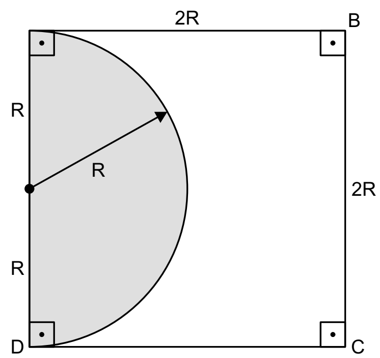


A fração da área da sala que deve ficar livre de objetos, para que não haja colisão no processo de abertura total da porta, pertence ao intervalo:

a) $\left]\dfrac{3}{8}; \dfrac{1}{2}\right[$ b) $\left]\dfrac{1}{8}; \dfrac{3}{8}\right[$ c) $\left]\dfrac{5}{8}; \dfrac{3}{4}\right[$

d) $\left]\dfrac{3}{4}; \dfrac{7}{8}\right[$ e) $\left]\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{8}\right[$

RESOLUÇÃO



1) A área que deve ficar livre é $\dfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2$ e a área total é $(2R)^2 = 4\,R^2$

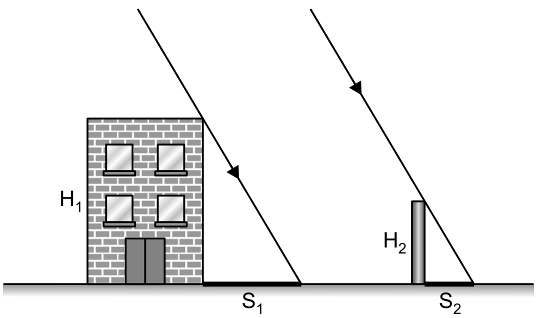
2) A fração pedida é $\dfrac{\dfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2}{4\,R^2} = \dfrac{\pi}{8}$

3) $3 < \pi < 4 \Leftrightarrow \dfrac{3}{8} < \dfrac{\pi}{8} < \dfrac{4}{8} \Leftrightarrow \dfrac{3}{8} < \dfrac{\pi}{8} < \dfrac{1}{2}$

Resposta: A

QUESTÃO 26

Em um dia ensolarado, verifica-se facilmente um fato notável da natureza. A sombra dos objetos aponta sem- pre para a mesma direção, ou seja, são paralelas. Isso ocorre porque os raios de luz provenientes do Sol chegam à Terra de forma praticamente paralela. Na figura a seguir, há um prédio e um poste, cujas alturas medem H_1 e H_2 e suas respectivas sombras medem S_1 e S_2, em um certo instante do dia.



Se a altura do poste mede 5 m e as sombras do prédio e do poste medem, respectivamente, 10 m e 2 m, a altura do prédio mede

a) 10m
b) 15m
c) 20m
d) 25m
e) 30m

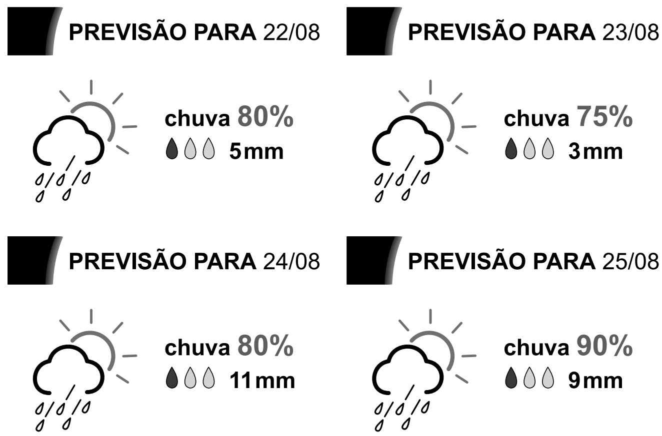
RESOLUÇÃO

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \frac{H_1}{5} = \frac{10}{2} \Leftrightarrow H_1 = 25$$

Resposta: D

QUESTÃO 27

Considere o seguinte esquema que indica a probabilidade de chuva, em porcentagem, para 4 dias consecutivos em uma determinada cidade.



A partir dos dados apresentados, é correto afirmar que a probabilidade de chover nessa cidade em, pelo menos, um desses quatro dias é igual a

a) 80,0%
b) 81,2%
c) 90,0%
d) 99,0%
e) 99,9%

RESOLUÇÃO

A probabilidade de *não chover* em nenhum dos 4 dias é 0,20 . 0,25 . 0,20 . 0,10 = 0,001.
A probabilidade *de chover* em, pelo menos, um dia é 1 – 0,001 = 0,999 = 99,9%
Resposta: E

QUESTÃO 28

Em uma sala de aula estão cinco estudantes, um dos quais é Carlos. Três estudantes serão escolhidos ao acaso pelo professor para participarem de uma atividade.
Qual é a probabilidade de Carlos ficar **de fora** do grupo escolhido?

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3}$

RESOLUÇÃO

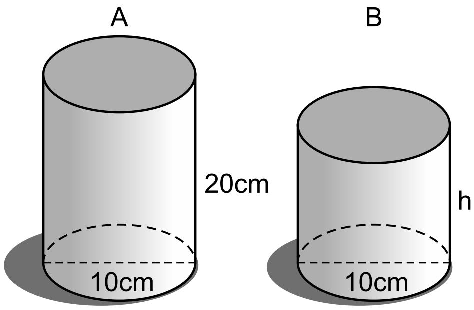
A probabilidade de Carlos ficar de fora do grupo é

$$\frac{C_{4,3}}{C_{5,3}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Resposta: A

QUESTÃO 29

Considere dois cilindros circulares retos, A e B, ambos com diâmetro da base igual a 10 cm, conforme mostram as figuras.



Se a diferença entre a área lateral de A e a área lateral de B, nesta ordem, é de 50π cm^2, então a razão entre os volumes dos cilindros B e A, nesta ordem, é igual a

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{10}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{2}{3}$

RESOLUÇÃO

A área lateral do cilindro A é, em cm^2,

$2\pi \,.\, 5 \,.\, 20 = 200\,\pi$

A área lateral do cilindro B é, em cm^2,

$2\pi \,.\, 5 \,.\, h = 10h\,\pi$

Pelo enunciado: $200\pi - 10h\pi = 50\pi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 200 - 10h = 50 \Leftrightarrow h = 15$ (em cm)

A razão entre os volumes dos cilindros B e A, nessa ordem, é a razão entre as alturas e, portanto, $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Resposta: B

QUESTÃO 30

Uma rede de franquias alimentícias disponibiliza uma equipe de auxílio quando um novo estabelecimento está para ser aberto. Essa equipe é composta por 2 cozinheiros que, juntos, treinarão os responsáveis pela cozinha, além de 3 gerentes de atendimento, que farão o treinamento dos atendentes do novo estabelecimento.

Se a rede dispõe de 5 cozinheiros e 7 gerentes de atendimento para compor a equipe de auxílio, o número de diferentes maneiras que esses cargos podem ser ocupados para a montagem da equipe de auxílio é igual a:

a) 28
b) 700
c) 350
d) 4 200
e) 2 100

RESOLUÇÃO

$$C_{5,2} \cdot C_{7,3} = \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{7!}{3!4!} = \frac{5.4}{2!} \cdot \frac{7.6.5}{3!} = 10 \cdot 35 = 350$$

Resposta: C