

Nome: _____ N°: _____

Endereço: _____ Data: _____

Telefone: _____ E-mail: _____



PARA QUEM CURSA A 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2016

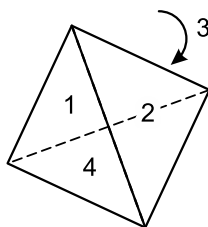
Disciplina:
MATEMÁTICA

Prova:
DESAFIO

NOTA:

QUESTÃO 16

As quatro faces de um dado são triângulos equiláteros, numerados de 1 a 4, como no desenho. Colando-se dois dados iguais, fazemos coincidir duas faces, com o mesmo número ou não.



Qual dos números a seguir não pode ser a soma dos números das faces visíveis?

- a) 12
- b) 14
- c) 17
- d) 18
- e) 19

RESOLUÇÃO

I. A soma dos números das oito faces dos dois dados é:

$$2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 2 \cdot 10 = 20$$

II. A soma dos números das duas faces coladas é maior ou igual a 2.

III. A soma dos números das seis faces visíveis é menor ou igual a 18.

IV. A soma dos números das faces visíveis não pode ser, portanto, 19.

Resposta: E

QUESTÃO 17

Um determinado produto, comprado por R\$ 300,00, foi vendido com um lucro correspondente a 60% do preço de venda. Sendo o lucro igual ao preço de venda menos o preço de custo, pode-se concluir que esse produto foi vendido por:

- a) R\$ 750,00
- b) R\$ 640,00
- c) R\$ 550,00
- d) R\$ 500,00
- e) R\$ 480,00

RESOLUÇÃO

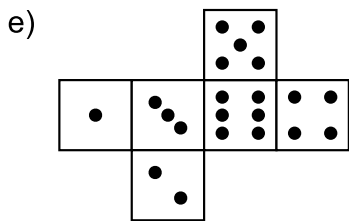
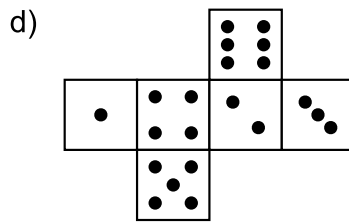
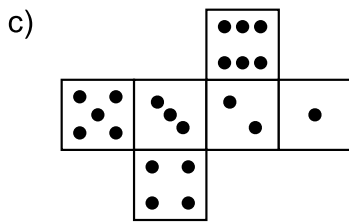
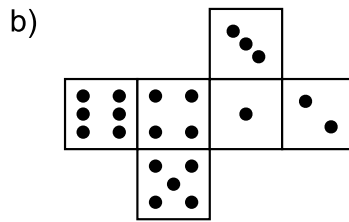
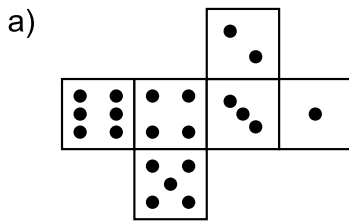
Se V , em reais, for o preço de venda, então:

$$0,6V = V - 300 \Leftrightarrow 0,4V = 300 \Leftrightarrow V = 750$$

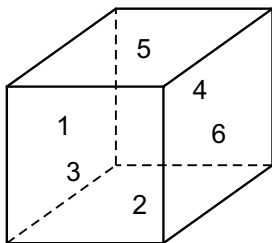
Resposta: A

QUESTÃO 18

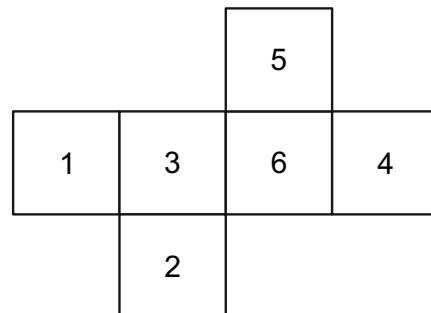
Com as figuras mostradas a seguir, podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um dado no qual a soma do número de pontos em quaisquer duas faces opostas é 7?



RESOLUÇÃO



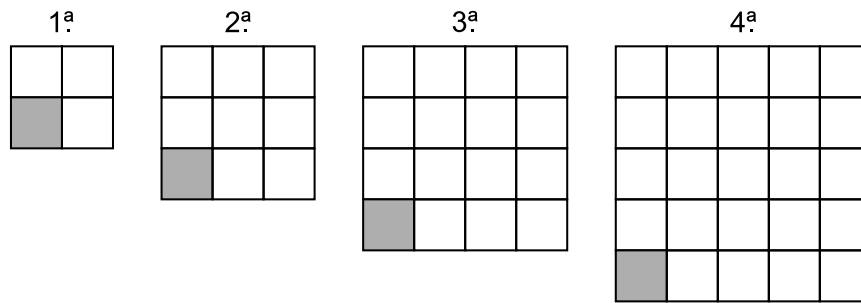
que planificada fica



Resposta: E

QUESTÃO 19

Cada quadrado da sequência a seguir é formado por quadradinhos claros e por apenas um escuro.



Admitindo-se que a regularidade dessa sequência permaneça para os demais quadrados, a equação que permite determinar a posição **n** do quadrado que tem 399 quadradinhos claros é:

- a) $n^2 - 1 = 399$
- b) $n^2 + n - 399 = 0$
- c) $n^2 + 2n - 399 = 0$
- d) $n^2 + n + 399 = 0$
- e) $n^2 + 2n + 399 = 0$

RESOLUÇÃO

quadrado	quadradinhos claros
1	$2^2 - 1$
2	$3^2 - 1$
3	$4^2 - 1$
⋮	
n	$(n + 1)^2 - 1$

Assim, $(n + 1)^2 - 1 = 399 \Leftrightarrow n^2 + 2n - 399 = 0$

Resposta: C

QUESTÃO 20

Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e às faixas de normalidade preconizadas. O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$IMC = \frac{\text{massa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2}$	$RIP = \frac{\text{altura (cm)}}{\sqrt[3]{\text{massa (kg)}}}$
---	--

(ARAUJO, C. G. S.; RICARDO, D. R. "Índice de Massa Corporal: Um Questionamento Científico Baseado em Evidências". *Arq. Bras. Cardiologia*, volume 79, nº 1, 2002. Adaptado.)

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m^2 , então ela possui RIP igual a:

- a) $0,4 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- b) $2,5 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- c) $8 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- d) $20 \text{ cm/kg}^{1/3}$
- e) $40 \text{ cm/kg}^{1/3}$

RESOLUÇÃO

Se h for a altura da menina, em metros, então:

$$\text{I. } 25 = \frac{64}{h^2} \Leftrightarrow h^2 = \frac{64}{25} \Rightarrow h = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ m} = 160 \text{ cm}$$

$$\text{II. } \text{RIP} = \frac{160}{\sqrt[3]{64}} = \frac{160}{4} = 40$$

Resposta: E

QUESTÃO 21

Como a maioria dos aficcionados por carros, Carlito prestava bastante atenção no consumo de combustível do seu novo carrão. Gabava-se de que sua máquina fazia, na cidade, 6 km por litro de combustível e, na estrada, o triplo disso, ou seja, 18 km por litro. Um dia, após falar pela última vez sobre o desempenho de sua máquina a um amigo, este resolveu incomodá-lo com a seguinte questão:

— Carlito, se, numa viagem, você percorrer 30 km na cidade e outros 180 km na estrada, qual será o consumo médio de combustível de seu automóvel?

Alegando ter de buscar um parente na rodoviária, Carlito despediu-se de seu amigo e foi embora para casa, completamente acabrunhado. Desse dia em diante, parou de falar sobre o consumo de combustível do seu carrão.

Essa história mostra que a noção comum das coisas do dia a dia pode trazer, escondidas, algumas sutilezas que dificultam sua utilização fora das situações usuais. O consumo médio de um automóvel é a média da distância percorrida pela quantidade de combustível gasto. Se, no perímetro urbano, o consumo médio é de 6 km/ℓ e, fora do perímetro urbano, o consumo médio é de 18 km/ℓ, qual será o consumo médio de combustível, numa viagem em que serão percorridos 30 km no perímetro urbano, e 180 km fora desse perímetro?

- a) 9 km/ℓ
- b) 10,5 km/ℓ
- c) 11 km/ℓ
- d) 12,5 km/ℓ
- e) 14 km/ℓ

RESOLUÇÃO

I. O gasto, em litros, para percorrer os 30 km, no perímetro urbano, é:

$$30 \text{ km} \div (6 \text{ km/ℓ}) = 5 \text{ ℓ}$$

II. O gasto, em litros, para percorrer os 180 km fora do perímetro urbano é:

$$180 \text{ km} \div (18 \text{ km}/\ell) = 10 \ell$$

III. O gasto total, em litros, para percorrer os 180 km + 30 km = 210 km é:

$$5 \ell + 10 \ell = 15 \ell$$

IV. O consumo médio desse automóvel nessa viagem é:

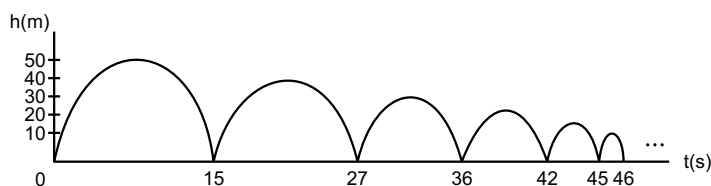
$$(210 \text{ km}) \div 15 \ell = 14 \text{ km}/\ell.$$

Resposta: E

QUESTÃO 22

Um jovem lança uma bola de borracha para observar sua trajetória e a altura **h**, em metros, atingida ao longo de um certo intervalo de tempo **t**, em segundos.

Nesse intervalo, a bola quica no chão algumas vezes, perdendo altura progressivamente. Parte de sua trajetória está descrita na figura a seguir.

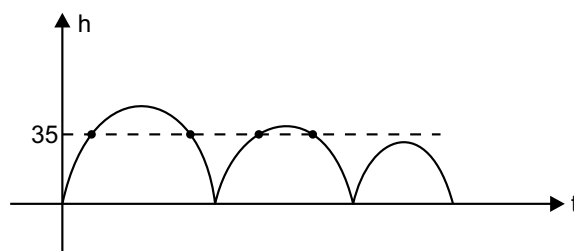


Em suas observações, quantas vezes o jovem pôde constatar que a bola atingiu a marca de 35 metros?

- a) Nenhuma.
- b) Uma vez.
- c) Duas vezes.
- d) Quatro vezes.
- e) Cinco vezes.

RESOLUÇÃO

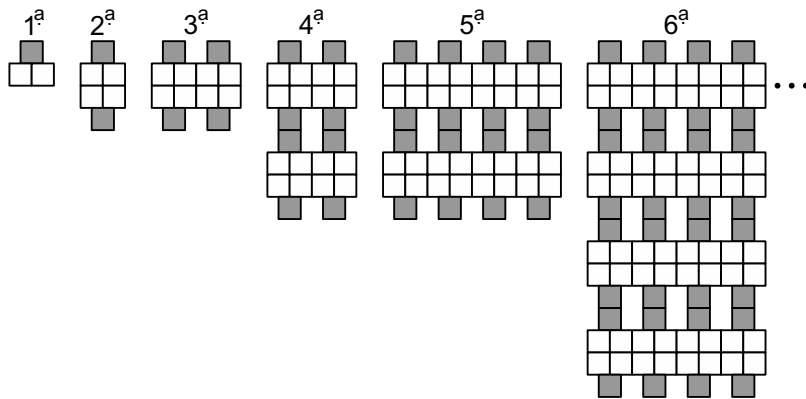
Apenas 4 vezes.



Resposta: D

QUESTÃO 23

Observe, atentamente, as seis primeiras figuras de uma sequência que segue determinado padrão de formação.



O número de quadradinhos sombreados na 15ª figura será:

- a) 16 384
- b) 15 234
- c) 14 168
- d) 10 892
- e) 8 192

RESOLUÇÃO

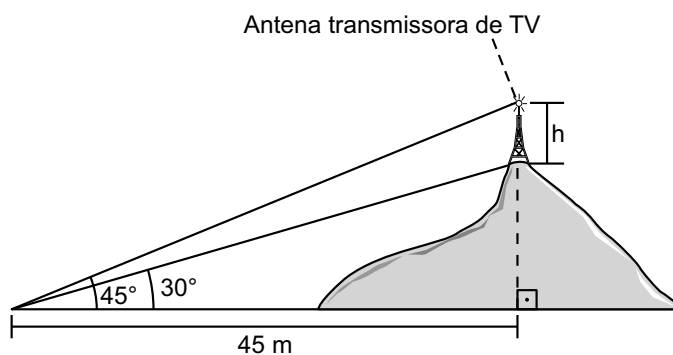
Figura	1	2	3	4	5	...
Quadradinhos sombreados	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$...

O número de quadradinhos sombreados da 15ª figura é, pois, $2^{14} = 16\ 384$.

Resposta: A

QUESTÃO 24

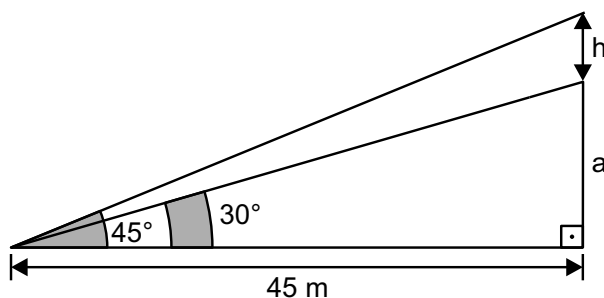
Desejando medir a altura de uma antena transmissora de sinal de TV localizada no alto de uma colina, foram mensuradas as distâncias e os ângulos indicados na figura a seguir.



Utilizando $\sqrt{3} = 1,7$, a altura **h** da antena é:

- a) 17 metros
- b) 19,5 metros
- c) 25,5 metros
- d) 45 metros
- e) 48 metros

RESOLUÇÃO



Todas as dimensões lineares estão em metros:

$$\text{I. } \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{a}{45} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a = \frac{45 \cdot \sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow a = 15\sqrt{3}$$

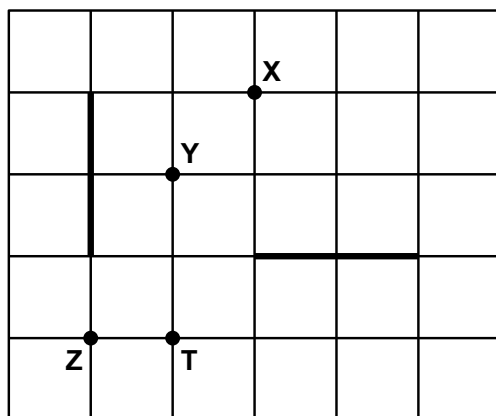
$$\text{II. } \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{a+h}{45} = 1 \Rightarrow a+h = 45$$

$$\text{III. } a = 15\sqrt{3} \text{ e } h = 45 - a \Rightarrow h = 45 - 15\sqrt{3} = 45 - 25,5 = 19,5$$

Resposta: B

QUESTÃO 25

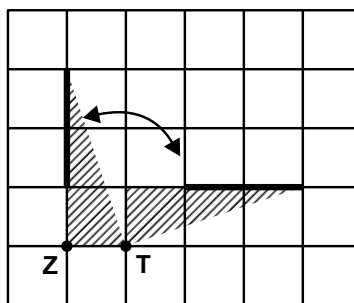
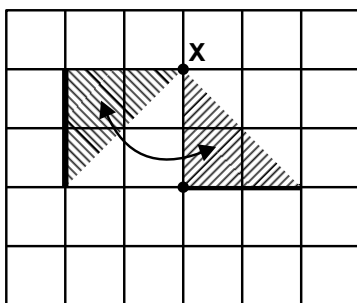
Cada um dos dois segmentos representados a seguir pode ser obtido por uma rotação do outro em torno de um dos pontos marcados.



Qual dos pontos assinalados pode ser o centro de tal rotação?

- a) Somente o X e o T.
- b) Somente o X.
- c) Somente o X e o Z.
- d) Somente o T.
- e) X, Y, Z e T.

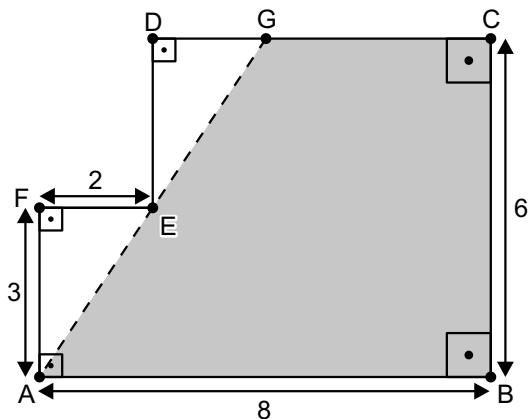
RESOLUÇÃO



Resposta: A

QUESTÃO 26

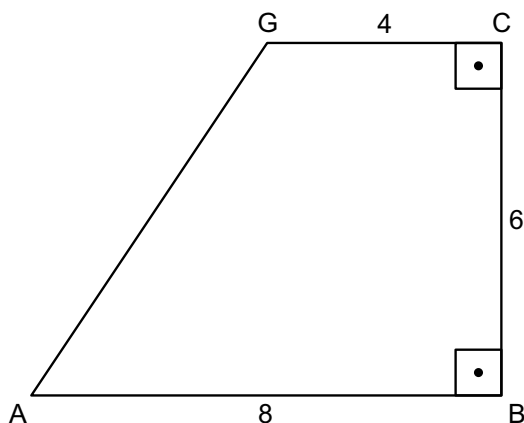
(OBMEP) – A figura a seguir apresenta um polígono **ABCDEF**, no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto **G** está sobre o lado **CD** e sobre a reta que passa por **A** e **E**. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros.



Qual é a área do polígono **ABCG**?

- a) 36 cm^2
- b) 37 cm^2
- c) 38 cm^2
- d) 39 cm^2
- e) 40 cm^2

RESOLUÇÃO



Comprimento em cm e áreas em cm^2 :

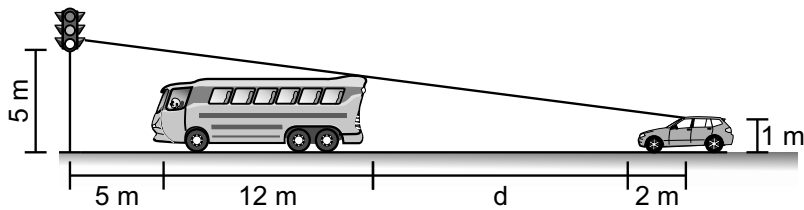
- I. Os triângulos **AEF** e **EGD** são congruos, pois são semelhantes, e $AF = ED = 3$
- II. $DG = FE = 2$
- III. $CG = 8 - 2 - 2 = 4$
- IV. A área do trapézio **ABCG** é:

$$\frac{8 + 4}{2} \cdot 6 = 6 \cdot 6 = 36$$

Resposta: A

QUESTÃO 27

Em uma rua, um ônibus com 12 m de comprimento e 3 m de altura está parado a 5 m de distância da base de um semáforo, o qual está a 5 m do chão. Atrás do ônibus, para um carro, cujo motorista tem os olhos a 1 m do chão e a 2 m da parte frontal do carro, conforme indica a figura a seguir.



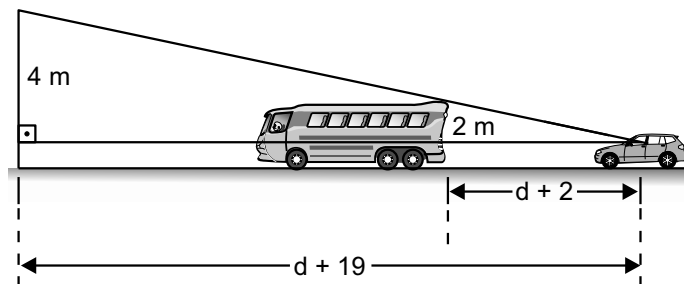
Determine a menor distância (d) a que o carro pode ficar do ônibus, de modo que o motorista possa enxergar o semáforo inteiro.

- a) 13,5 m
- b) 14,0 m
- c) 14,5 m
- d) 15,0 m
- e) 15,5 m

RESOLUÇÃO

Da semelhança entre os triângulos retângulos da figura, obtém-se:

$$\frac{d + 19}{d + 2} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow d + 19 = 2(d + 2) \Leftrightarrow d + 19 = 2d + 4 \Leftrightarrow d = 15$$



Resposta: D

QUESTÃO 28

Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

- a) $20 \times 8! + (3!)^2$
- b) $8! \times 5! \times 3!$
- c) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
- d) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
- e) $\frac{16!}{2^8}$

Resolução

Para alugar os 16 filmes lançados, serão necessárias 8 locações, pois são alugados dois filmes por vez.

- I) O número de sequências diferentes para alugar os 8 filmes de ação, nas 8 locações, é $P_8 = 8!$**
- II) O número de sequências diferentes para alugar os 5 filmes de comédia, nas 5 primeiras locações, é $P_5 = 5!$**
- III) O número de sequências diferentes para alugar os 3 filmes de drama, nas 3 últimas locações, é $P_3 = 3!$**

Assim, o número de formas distintas é $8! \cdot 5! \cdot 3!$

Resposta: B

QUESTÃO 29

Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

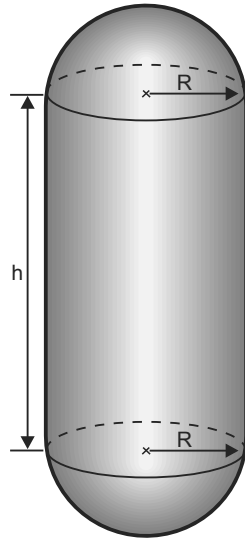
Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas.

Use 3 como valor aproximado para π .

A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a

- a) 168
- b) 304
- c) 306
- d) 378
- e) 514

Resolução



Sendo cada pílula formada por um cilindro de altura h , e duas semiesferas de raio R , seu volume V será:

$$V = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right) + \pi \cdot R^2 \cdot h$$

Adotando $\pi = 3$:

I) Para $h = 10$ mm e $R = 5$ mm, temos, em mm^3 :

$$V_I = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 \cdot 10 = 1250$$

II) Para $h = 10$ mm e $R = 4$ mm, temos, em mm^3 :

$$V_{II} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 \cdot 10 = 736$$

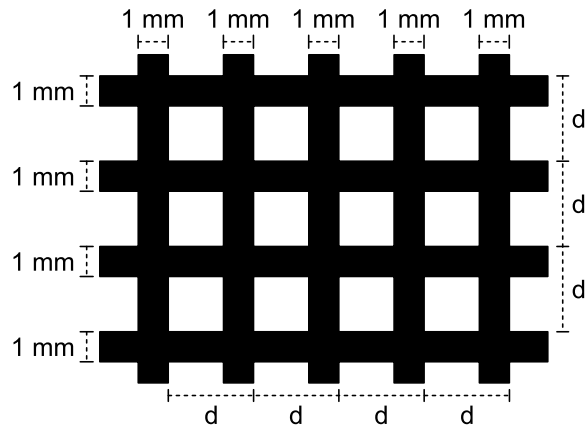
Logo, a redução do volume da pílula, após a reprogramação da máquina, será igual a:
 $1250 \text{ mm}^3 - 736 \text{ mm}^3 = 514 \text{ mm}^3$

Resposta: E

QUESTÃO 30

Uma indústria produz malhas de proteção solar para serem aplicadas em vidros, de modo a diminuir a passagem de luz, a partir de fitas plásticas entrelaçadas perpendicularmente. Nas direções vertical e horizontal, são aplicadas fitas de 1 milímetro de largura, tal que a distância entre elas é de $(d - 1)$ milímetros, conforme a figura. O material utilizado não permite a passagem da luz, ou seja, somente o raio de luz que atingir as lacunas deixadas pelo entrelaçamento consegue transpor essa proteção.

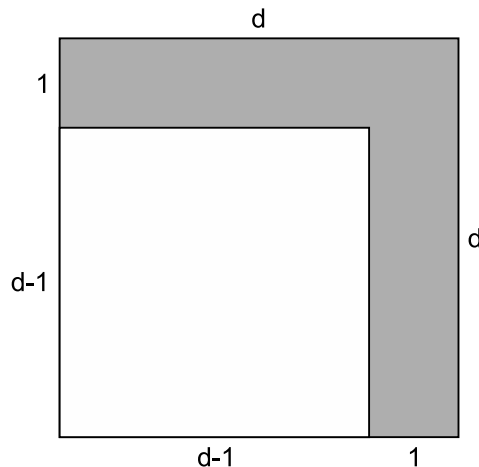
A taxa de cobertura do vidro é o percentual da área da região coberta pelas fitas da malha, que são colocadas paralelamente às bordas do vidro.



Essa indústria recebeu a encomenda de uma malha de proteção solar para ser aplicada em um vidro retangular de 5 m de largura por 9 m de comprimento. A medida de d , em milímetros, para que a taxa de cobertura da malha seja de 75% é

- a) 2
- b) 1
- c) $\frac{11}{3}$
- d) $\frac{4}{3}$
- e) $\frac{2}{3}$

Resolução



Para cada quadrado de d por d da malha, apenas uma área de $(d - 1)$ por $(d - 1)$ permite a passagem de luz. Como a taxa de cobertura é 75%, apenas 25% da luz incidente deverá passar.

Assim, sendo $d > 1$, temos:

$$\frac{(d - 1)^2}{d^2} = 25\% \Leftrightarrow \left(\frac{d - 1}{d}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{d - 1}{d} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2d - 2 = d \Leftrightarrow d = 2$$

Resposta: A